

DIARIO DE EXPERIENCIAS MATEMÁTICAS

Geometría estelar

Susanna Morell Torrens
Catalina Maria Pizà Mut
Maria Àngels Portilla Rueda

Suma núm. 98
pp. 81-92

Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2021 y aceptado en septiembre de 2021

Antes de iniciar una propuesta en el aula, los maestros pensamos una actividad motivadora que genere expectativas y que nos sirva para recoger los conocimientos previos que tienen nuestros alumnos del tema en concreto.

Ayudados por el currículum de nuestra comunidad autónoma decidimos qué objetivos y contenidos deseamos que alcancen, a fin de que adquieran competencias matemáticas. Diseñamos una secuencia de actividades para este fin, establecemos la organización en espacio y tiempo más adecuada, escogemos los materiales que utilizaremos y pautamos la evaluación a lo largo de la propuesta.

Todo esto lo pensamos, lo redactamos y elaboramos la programación correspondiente, pero como nos gusta que nuestras aulas sean bidireccionales y activas, no profundizamos en la planificación, dejando espacio a las intervenciones de los alumnos, a sus pro-

puestas y preguntas, teniendo siempre como guía la idea inicial.

Propuestas programadas

Nuestro objetivo principal en este caso es trabajar la geometría a partir de la observación de las constelaciones. Para ello, planificamos la propuesta en tres bloques de actividades que incluyen la familiarización con el problema, la introducción de nuevos conocimientos y la creación propiamente dicha por parte de los alumnos y alumnas:

- Descubrimiento del calendario zodiacal, como una actividad de divulgación científica para dar a conocer el origen de nuestro calendario.
- Conocimiento de los elementos geométricos de las constelaciones, como punto, tipos de línea, ángulos, polígonos...

— Diseño de una constelación, como expresión de la creatividad.

Descubrir el calendario zodiacal: La importancia de las preguntas

ACTIVIDAD MOTIVADORA

Los alumnos se encuentran con 12 láminas plastificadas a tamaño DIN A3, colgadas en la pared formando una elipse; todas ellas representan distintas constelaciones zodiacales. Se asigna un código no numérico para cada constelación y se ordenan según aparecen en la eclíptica. El objetivo de esta presentación es simular el zodiaco, que es la franja imaginaria que permite dividir la esfera celeste en doce partes iguales y en la que aparentemente se desplazan el Sol, la Luna y los principales planetas; esta zona es conocida como eclíptica, ya que sobre ella se producen los eclipses. La figura 1 muestra un alumno eligiendo su constelación.

Sin ninguna explicación previa se les pide que hagan el recorrido de la elipse, observen las láminas (figura 2) y se sitúen debajo de la imagen que más les guste o con la que se sientan más identificados.

Previamente han respondido por escrito las siguientes preguntas:

1. ¿Qué imagen escoges?

En la figura 3 se muestran las elecciones de los alumnos.

2. ¿Por qué has escogido esta imagen?

La gran mayoría de los alumnos escogen una de las constelaciones que puedan relacionar con un objeto, animal o letra que sea de su agrado.

Ven grúas al revés, trenes, cohetes, varitas mágicas, lazos de vaqueros, montañas, la bandera de España, flores, caballitos de mar, cisnes, jirafas, cocodrilos, patos, dragones, ratones, serpientes, caballos y las letras J, D, L, K.



Figura 1. Eligiendo constelación

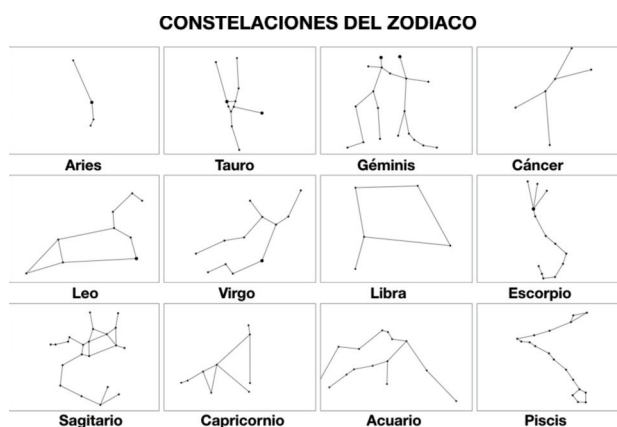


Figura 2. Constelaciones zodiacales

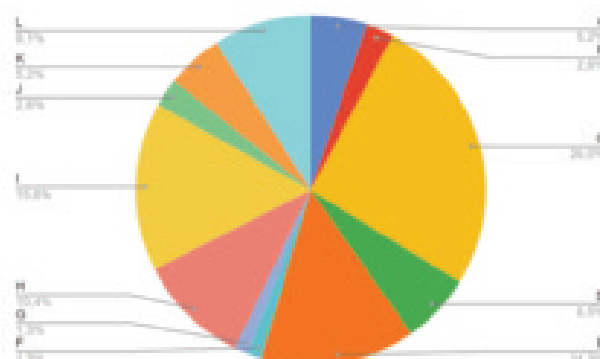


Figura 3. Elección de los alumnos. A: Aries; B: Tauro; C: Géminis; D: Cáncer; E: Leo; F: Virgo; G: Libra; H: Escorpio; I: Sagitario; J: Capricornio; K: Acuario; L: Piscis

Géminis ha sido con diferencia la constelación más elegida por los alumnos, si bien la escogen en todos los grupos lo hacen de manera más acusada en los cursos altos, en los que la amistad y el amor ya tienen un peso considerable. Algunas de las razones de esta elección son:

- Es la más rara, tiene una forma extraña, pero seguro que representa una cosa muy bonita.
- Parece una rana en un nenúfar mirando a alguna parte.
- Son dos amigos que se dan la mano.
- Dos personas bailando.
- Dos personas jugando.
- Una pareja de enamorados que se dan la mano.
- Una imagen geométrica.

3. ¿Qué crees que representa?

Muchos de los alumnos contestan lo mismo en las dos preguntas; aquí, algunas de las respuestas:

- Un cuadro de un pintor.
- Una cosa que está en el cielo.
- Un mapa muy largo.
- Es para los ciegos, que ven puntos.
- Un plano, un camino simulado.
- Un niño y una niña paseando por la noche, he dicho noche porque es una constelación.
- Una cosa elegante, una constelación.
- Que el amor es lo mejor del mundo.
- Representa la amistad.
- Mi horóscopo.

¿Cuál ha sido el papel del maestro? ¿Qué hecho para crear una situación de aprendizaje?

1. Crear un ambiente relajado.
2. Crear expectación.

¿Qué dificultades se han encontrado? ¿Qué nos hemos tenido que replantear?

1. Las preguntas iniciales no son suficientemente claras o tal vez demasiado abiertas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Seguidamente la maestra los reubica debajo de la constelación que representa su signo del Zodiaco, todo ello, también, sin ninguna explicación.

Se les comenta que realmente, esa lámina donde ahora están situados, es la que les corresponde, que no es aleatoria y que tienen que pensar por qué creen que les «toca» esa, es decir, qué criterio se ha seguido para la reagrupación.

La conversación que se da entre los alumnos para llegar a descubrir la organización del calendario zodiacal es muy distinta según la edad:

- Son letras de nuestro nombre.
- Estamos juntos porque nos gusta el chocolate.
- Porque tenemos el pelo rizado.
- Porque tenemos la L en nuestro nombre (refiriéndose a Piscis).
- Porque parece un limpiafosas, lo parece y a mí me gusta (refiriéndose a Acuario).

En el caso de los más pequeños, el maestro debe realizar muchas preguntas para dirigir la conversación y para rebatir algunas afirmaciones, «porque a todos nosotros nos gusta el chocolate», con contraargumentos, «a mi también y no estoy en vuestro grupo», e incluso para ofrecer datos. Los alumnos que se encuentran solos en una constelación buscan algún gusto o afición personal.

Solo algunos alumnos tienen algún argumento más elaborado, pero que tampoco saben explicar mucho más:

- Dicen que si naces un día te toca un horóscopo. Yo soy tauro.
- Creo que esa (refiriéndose a Libra) es la Osa Mayor.
- Esa (señalando Tauro) es la de mi hermana.

Con «buenas» preguntar aparecen argumentos más elaborados, coherentes y con argumentación:

- Celebramos el aniversario el mismo mes o muy cerquita.

En cambio, en el caso del segundo ciclo, la conversación se desarrolla entre los propios alumnos, que por una parte formulan hipótesis: «todos hemos nacido en el mismo mes», y por otra las rebaten «no, tu eres de diciembre y yo de enero». Consecuentemente las reformulan «pero los meses están cerca»... así, hasta que llegan a una conclusión aceptada por todos. No siempre es cierta, es necesario decirlo, aunque en este caso sí lo fue y se pudo comprobar con la presentación del calendario. Así, en cada signo del Zodiaco se han agrupado los alumnos que han nacido al final de un mes y al principio del siguiente (figura 4).

Parece, pues, que se evidencia la importancia de hacer preguntas, de posibilitar que los alumnos las formulen, también de animarles a intervenir sobre las aportaciones de los compañeros... ya que es un entrenamiento útil, para desarrollar y adquirir el proceso de razonamiento y prueba (razonamiento, argumentación, comunicación, toma de decisiones, rigor...).

Se evidencia también que el bagaje cultural/personal supone un anclaje para dichos razonamientos. Por ello, como profesionales, debemos tenerlo presente y promover actividades que amplíen el conocimiento cultural.

¿Cuál ha sido el papel del maestro?

- Ofrecer tiempo y espacio para que los alumnos formulen sus propias preguntas desde pequeños.

- Recoger las aportaciones y compartirlas con el grupo sin emitir juicios.
- Formular preguntas abiertas para redirigir la conversación.
- Presentar contraargumentos.

¿Qué dificultades se han encontrado? ¿Qué nos hemos tenido que replantear?

- Dificultad de los alumnos para buscar argumentos comunes, y no tan personales.
- Falta de conocimientos previos respecto a la temática.
- Resumir por parte del maestro las intervenciones de los alumnos.

Propuesta divulgativa: Origen del calendario. La importancia de una buena base teórica

PRIMERA PRESENTACIÓN: LA HISTORIA DEL CALENDARIO

Aprovechando la temática que hemos iniciado, queremos dar a conocer a nuestros alumnos, de forma breve, el origen de nuestro calendario. La propuesta la llevamos a cabo a partir de 2.º de primaria. Ellos tienen tan interiorizado el conteo de los días, semanas, meses, estaciones, años..., que ni se plantean que en algún momento de la historia pudiera haber sido diferente.

Preparamos una primera presentación titulada «El Origen del Calendario». Iniciamos nuestra historia explicando que hace mucho tiempo, la gente que vivía en la Tierra no tenía ni calendarios ni relojes para ubicarse en el tiempo. Así, los elementos que observaban en el cielo, la Luna, el Sol y las estrellas, son los que empezaron a darles pistas. Los babilonios fueron una de las civilizaciones que ya dedicaron su tiempo al estudio del cielo. Construcciones como los zigurats pretendían ser morada de los dioses, los cuales enviaban desde el cielo señales a los sacerdotes. Los egipcios fueron otra de las civilizaciones que también dedicaron su tiempo al estudio del cielo, dando ya los primeros apuntes del calendario.

Àries

Març 2021							Abril 2021						
DL	DT	DC	DJ	DV	DS	DG	DL	DT	DC	DJ	DV	DS	DG
										1	2	3	4
							5	6	7	8	9	10	11
							12	13	14	15	16	17	18
							19	20					
22	23	24	25	26	27	28							
29	30	31											

Figura 4. Ejemplo de calendario zodiacal

Cuando Sirius, la estrella más brillante de la constelación Canis Major, aparecía en un determinado punto del cielo, se iniciaba la «crecida del río Nilo», marcando el inicio de una de las tres estaciones del calendario egipcio.

Con la llegada de los romanos se inició el gran cambio en nuestro calendario. El rey Rómulo dividió el año en 10 meses, dedicando los 4 primeros a Marte, Venus, a las personas mayores y al rey Juno. El resto se le otorgó un nombre haciendo referencia a su posición en el calendario (número ordinal). El sacerdote Numa Pompilio decidió añadir 2 meses más al calendario, ya que las estaciones a lo largo del tiempo habían quedado descuadradas. Así, los añadió a principio de año y los dedicó al dios Janus y a los muertos. Con la llegada de Julio César, y con ayuda del astrónomo Sosígenes de Alejandría, se añadieron los años bisiestos y, a su muerte, se le dedicó un mes, Julius. Con la llegada de César Augusto, se estableció el número de días que debía tener cada mes y un mes adquirió su nombre, August. Finalmente, el papa Gregorio XIII, en el año 1582, fue quien implantó el calendario hasta ahora explicado como el calendario oficial. De ahí el nombre de calendario gregoriano.

El objetivo de esta sesión es dar a los alumnos unos conocimientos científicos y matemáticos para poder entender nuestro mundo actual.

SEGUNDA PRESENTACIÓN: EL CAMINO DEL SOL

Para profundizar aún un poco más en el conocimiento del cielo, se prepara una segunda presentación titulada «El camino del Sol». Esta pretende explicar, de forma muy visual, cómo el Sol, desde el punto de vista de la Tierra, parece desplazarse en el cielo recorriendo las doce constelaciones del Zodíaco, lo que se conoce como eclíptica.

Además, permite reflexionar sobre los horóscopos ya que el que se adjudica a cada persona no se debe a la constelación que se ve en el cielo en el momento de nacer, sino a la constelación que no podemos ver debido a la posición del Sol, el cual se sitúa, precisamente, entre la Tierra y dicha constelación.

La figura 5 incluye una explicación: Si por ejemplo, eres leo, por la noche, durante las semanas en las que el Sol esté situado como se aprecia en la imagen, dicha constelación quedará fuera de tu campo de visión; a tu espalda, por decirlo de alguna manera.



Figura 5. Eclíptica

¿Cuál ha sido el papel del maestro?

- Adaptar un texto divulgativo al nivel de comprensión de los alumnos.

¿Qué dificultades se han encontrado? ¿Qué nos hemos tenido que replantear?

- El grado de abstracción.
- La organización mental del espacio.
- Necesidad de añadir una actividad individual y concreta para mejorar la comprensión («Marca con una cruz donde estaba situada la Tierra en el momento de tu nacimiento», «¿Qué estación del año era en el hemisferio norte?», «Indica dónde estaría la Tierra en el caso de las otras estaciones. Escribe el nombre», «Escribe el nombre de las constelaciones por orden, comenzando por Aries, inicio del año solar»).

Conocer los elementos geométricos de las constelaciones: La necesidad de tener un bagaje amplio de recursos

Una vez que todos sabemos que hablamos de constelaciones, nos centramos en analizarlas desde diferentes puntos de vista.

A los alumnos de 1.º y 2.º de primaria les decimos que se fijen en las figuras, en líneas abiertas o cerradas y en líneas curvas y rectas. Estos dos últimos conceptos ya los habían trabajado previamente en el aula. A pesar de ello, nos da la sensación de que los niños van «perdidos» a la hora de responder, que la observación no es suficiente para adquirir y afianzar los objetivos propuestos. Así, ante este contratiempo, incorporamos un material manipulativo, el geoplano, que nos permitirá hacer de puente entre la cotidianidad y las matemáticas. Una vez que han experimentado el material libremente, procedemos a dar pequeñas instrucciones para representar: un camino largo, un camino corto, un camino abierto, un camino cerrado, una figura de 3 lados, una figura de 4 lados, una figura de 5 lados, una figura de 3/4/5 lados que sea

diferente a la representada... Todavía no ponemos nombre a las figuras, porque ahora lo que nos interesa es centrarnos en los elementos comunes y diferentes (figura 6).

Algunos alumnos presentaban dificultades ante la diferencia entre líneas curvas o rectas. Así, se propuso salir un día al patio a hacer caminos y recorridos para aclarar el concepto.

En cursos superiores el bagaje sobre estos conceptos es mayor y la observación y el diálogo es suficiente para poner nombre o identificar todos los elementos.

CLASIFICAR CONSTELACIONES

Una vez conocidos los elementos en los más pequeños y recordados para el resto, les proponemos que clasifiquen las constelaciones, que ellos elijan el criterio.

A menudo usan más de un criterio para clasificar, especialmente en los grupos de primer ciclo, y a cada grupo le asignan uno, el que les interesa en aquel momento. Así, se hace imprescindible proponer contraejemplos, hacer preguntas que pongan en duda esa clasificación...

Algunas clasificaciones que surgen son:



Figura 6. Experimentando con el geoplano

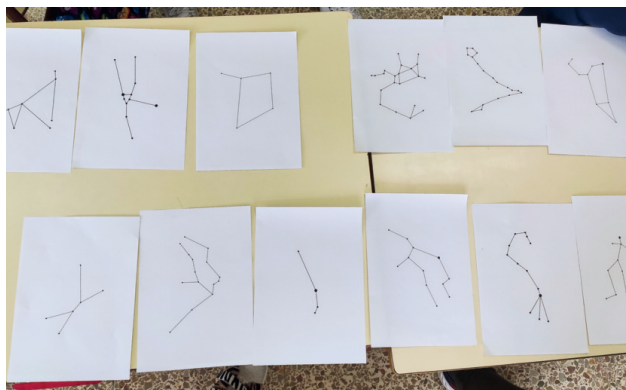


Figura 7. Ejemplo de clasificación

- Por número de lados.
- Por líneas abiertas y cerradas.
- Por elementos que imaginan: tienen cuernos, tienen 4 patas.
- Por si presentan o no formas geométricas.

Estos criterios se entremezclan entre ellos, tal como hemos detallado.

Después de observar y dialogar, la mayoría de grupos deciden volver a clasificarlas según las figuras que observan. Resultan curiosos los títulos que ponen a cada agrupación:

Para constelaciones que presentan figuras de 4 lados:

- Las 4 líneas
- Las 4 puntas

Para constelaciones que presentan figuras de 3 y 4 lados:

- El grupo del 7
- Los *trirrectángulos*
- Las 3 y 4 lados

Para constelaciones que presentan figuras de 3 y 5 lados:

- El grupo del 8
- Las 3 y 5 lados

A pesar de la diversidad de títulos, todos coinciden en que existen constelaciones en las que aparecen figuras geométricas y otras en las que no.

Finalmente, decidimos poner un nombre a todas estas figuras que estamos observando.

- Las figuras de 3 lados no presentan dificultad alguna, todos rápidamente le asignan el nombre de triángulos.
- Para las figuras de 4 lados, mayoritariamente sale el nombre de cuadrado y rectángulo. Volvemos a los contraejemplos y a las preguntas para romper la idea previa. Algún alumno los llama «cuadrígonos». Finalmente, la maestra propone el nombre de cuadrilátero para poder dar cabida a todas las figuras de 4 lados. Analizamos la palabra: 4 lados, para que les sirva de ayuda y recordatorio.
- Para las figuras de 5 lados son los mismos alumnos quienes empiezan a hacer una lluvia de ideas a partir de conocimientos previos y del descubrimiento de los cuadriláteros. Así, salen «pentiláteros», «quintiláteros» y, finalmente, pentágonos.
- Lo mismo ocurre con las figuras de 6 lados. Aparecen «sixtágonos», «hexígonos» y finalmente, hexágonos.

A los alumnos de segundo ciclo se les pregunta qué elementos geométricos o matemáticos observan en las distintas constelaciones que se van proyectando y es entonces cuando aparece el vocabulario pertinente: Líneas rectas (horizontales, verticales y oblicuas), líneas abiertas, polígonos (triángulos, cuadriláteros...), puntos, vértices, ángulos y su clasificación según la abertura, lados, simetría, giros, longitud (más largo, más corto)... No todos los alumnos utilizan el vocabulario estándar, aunque con las aportaciones del grupo se amplía el abanico personal. Así, palabras como las que hay a continuación se van sustituyendo por otras más precisas. Las palabras que más cuesta sustituir son:

- «Torcida» por oblicua.
- «Cuadrados» por cuadriláteros.

- «Cincágono» por pentágono.
- «Sexágono», por hexágono.
- «Punta» por vértice.
- «Figura, forma» por polígono.

ÁNGULOS

La noción de ángulo la iniciamos en 3.º de primaria, teniendo en cuenta que diferencian entre ángulos agudos, rectos u obtusos.

A través de la observación van descubriendo los ángulos que observan en las constelaciones.

En cursos superiores se añade el reconocimiento de otros tipos de ángulos a partir de su medida, como los llanos, completos, consecutivos, complementarios, suplementarios, cóncavos y convexos..., así como el uso del transportador para medir ángulos.

En un primer momento se utilizan plantillas con ángulos predeterminados de 5° , 10° , 20° , 30° , 45° , 60° , 90° , 100° , 120° , 180° , 270° y 360° . Se comprueba que estas plantillas son muy útiles para potenciar la estimación, puesto que se aventuran a predecir, por ejemplo, que el ángulo de abertura de la puerta está entre 20° y 30° ; a la vez que pueden comprobar el cálculo estimativo de forma muy rápida. Ellos mismos juegan a combinar plantillas y elaboran las que necesitan a partir de las anteriores, como la de 25° ($20^\circ + 5^\circ$), 80° ($60^\circ + 20^\circ$)... Se discute si la plantilla de 80° es verdaderamente de 80° o de 90° , ya que a simple vista es difícil de discernir. Se comprueba al momento colocándola en una esquina de un folio. (figura 8). Para el cálculo exacto utilizamos el transportador.

A la hora de medir los ángulos de sus propias constelaciones surge la necesidad de especificar el ángulo que están midiendo, pues algunos de ellos están muy juntos. Por eso, se les ofrece la convención de nombrar las 3 estrellas que determinan cada ángulo con una letra del abecedario. ¡Les parece muy práctico! En ese momento algunos alumnos se plantean si medir la parte «de dentro» o la parte «de fuera» y así es como aparece de forma simple la diferencia entre ángulos convexos y cóncavos.



Figura 8. Plantilla para medir ángulos

Como curiosidad, se puede comentar que surge la duda de cómo medir un ángulo de más de 180° con un transportador. Hay dos aportaciones:

- Imaginar un ángulo plano alargando un lado y medir únicamente el ángulo que queda, para sumarlo posteriormente a los 180° .
- Medir el ángulo interior y restarlo de los 360° del completo. Esta es la aportación con mayor éxito.

También aparece el concepto de ángulo consecutivo, pues de algunas de sus estrellas sale más de una línea y consecuentemente se obtienen dichos ángulos.

¿Cuál ha sido el papel del maestro?

- Proporcionar un material para resolver dudas y conceptos (geoplano y plantillas de ángulos).
- Ofrecer tiempo y espacio para que los alumnos dialoguen y contrasten sus hipótesis.
- Ofrecer el vocabulario matemático preciso.

¿Qué dificultades se han encontrado? ¿Qué nos hemos tenido que replantear?

- Dificultad para encontrar un único criterio común a la hora de clasificar.
- Necesidad de un lenguaje matemático consensuado, se inventan los nombres de las figuras geométricas cuando no las conocen.

Diseñar una constelación. Expresión de la creatividad

Posteriormente realizan el diseño de una posible constelación en un papel con las siguientes consignas:

- Dibujar entre 5 y 10 puntos (las estrellas de la constelación).
- Unirlos con líneas rectas (distancia entre las estrellas), formando una figura.

En la figura 9 se muestra un ejemplo de los alumnos. Una vez han creado la constelación con sus 5, 6, 7, 8, 9 o 10 puntos, resulta que la cantidad de líneas puede resultar muy elevada y, aunque ya prevemos las dificultades que pueden surgir a la hora de representarla con el material de gomaeva, decidimos esperar a que sean ellos los que se vean la dificultad y busquen alternativas. En esta situación se encuentran los alumnos más pequeños, ya que los alumnos de cursos superiores realizan creaciones estructuralmente similares a las constelaciones y no se exceden en el uso de líneas. Los diseños en ambos ciclos son muy variados y originales: en los cursos inferiores, las creaciones suelen estar más relacionadas con la vida real: animales, vehículos, objetos cotidianos..., mientras que en los cursos superiores la abstracción está más consolidada (figura 10). Todos ellos nombran sus constelaciones con palabras tan sugerentes como las que se han puesto a lo largo de la historia. Estas son algunas de ellas:

- Animales o partes de animales: erizo, serpiente, caracol, doble pico, reno, ballena, ojo de dragón.
- Seres mitológicos: centauro, caballo de tres colas.
- Objetos: corona de dos puntas, la casita, la equis del tesoro, la cometa desigual, cara de nadie, mueble con televisión.
- Palabras inventadas: *zexu*, la *flexfletxa*, *licir*, *estritum*, *cuxiflu*, *susami*, *ospau*, *amberthos*, *casmi*.
- Palabras en otros idiomas: *familj* (familia en sueco).
- Combinación de palabras: *uniari* (unicornio Ariadna).

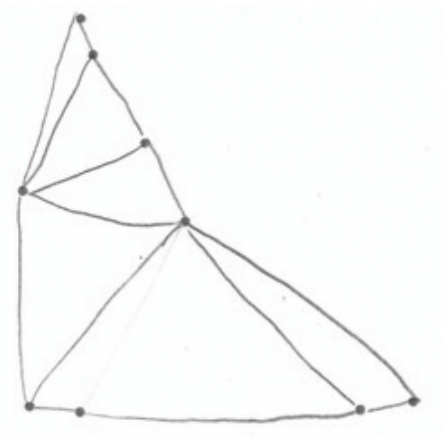


Figura 9. La montaña del Polo Norte

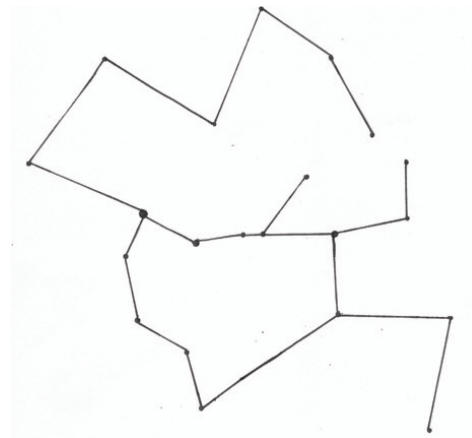


Figura 10. Casmi

- Palabras relacionadas con el espacio: estrella, laika.
- Palabras con componente geométrico: *exsquadridenta*, *triguatatel*, *triacuper*, *quintimal*.

REALIZACIÓN DEL MODELO CON MATERIAL

En el primer ciclo, una vez realizado el modelo en papel, nos apoyamos en materiales manipulativos, concretamente en el geoplano que, una vez más, nos ayuda en el camino de afianzar conocimientos y representar la constelación creada. Algunos alumnos obvian partes de la constelación conscientemente, ya que, o bien no les cabe, o bien la estructura en el

papel es demasiado complicada para representar con elásticos. Otros recrean la constelación de forma simplificada y, otros, sencillamente no son fieles a la constelación representada en el papel (figura 11). A continuación se les proporciona el material para que realicen con él la maqueta de «su» constelación: tiras de goma eva de dos longitudes, agujereadas cerca de los extremos o en el medio y encuadernadores para unirlos (figura 12).

Una de las principales dificultades con las que se encuentran a la hora de crear es que el material no se adapta al diseño. Se presentan dos medidas, pero en sus representaciones tienen uniones entre estrellas de muchas medidas diferentes. Otra complicación es la dificultad de elaborar alguno de los modelos. Así surgen dos soluciones:

- Simplificar el modelo hecho en papel, eliminando líneas de unión.
- «Crear» nuevas longitudes para las tiras de goma eva, y así ajustar la creación al diseño inicial.

Las figuras 13 y 14 muestran producciones de los alumnos en las situaciones descritas.

UN INCONVENIENTE QUE LLEVA A UNA INVESTIGACIÓN

Una vez realizada la maqueta se les pregunta si es idéntica al diseño. Son conscientes de que no, pero se esfuerzan en colocar el material para que ambos, diseño y maqueta, sean lo más parecidos posible. Todos consiguen que su maqueta sea reconocible.

En los cursos superiores los alumnos se percatan de que la longitud de las líneas condiciona la abertura del ángulo en el caso de líneas cerradas (polígonos); es decir, algunos ángulos obtenidos son mayores o menores que los del diseño y es imposible obtener el ángulo en cuestión debido a que las tiras de goma eva no tienen la longitud adecuada y no permiten el giro donde debe estar.

Es un buen momento para hacerles reflexionar sobre algunas características de los polígonos, en concreto

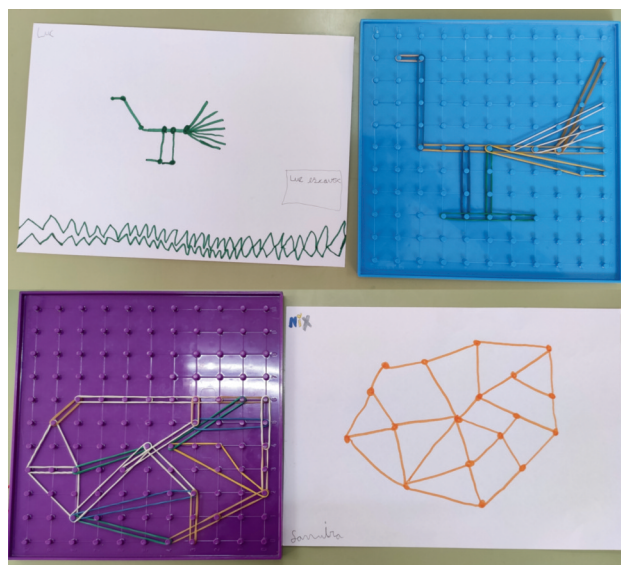


Figura 11. Constelaciones en el geoplano



Figura 12. Material utilizado: Tiras de goma eva de dos longitudes

la relación entre los lados y entre los ángulos de los triángulos.

Por ello, se les plantea la siguiente pregunta:

¿Se podría realizar un triángulo con tres tiras cualesquiera?

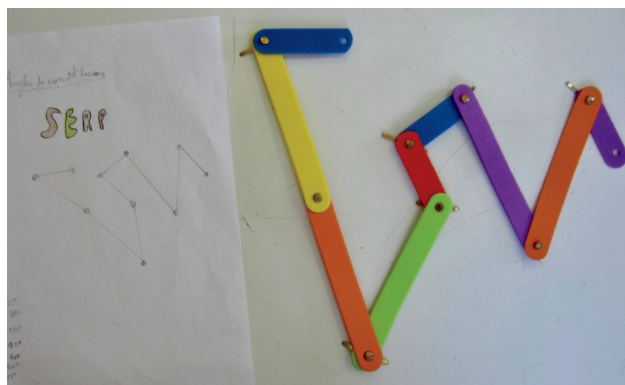


Figura 13. Diseño de la constelación y maqueta



Figura 14. Mural final de las constelaciones creadas

La mayoría dicen que sí, que serían triángulos pequeños, grandes, con distinta apariencia..., así que «claro que sí». Pero algunos dudan, especialmente porque se les ha planteado la pregunta y de algún modo ya perciben que puede que haya alguna complicación.

A continuación se les ofrecen cañas de refresco para que recorten a su gusto y hagan comprobaciones.

Tras un rato de manipulación, algunos alumnos descubren combinaciones que no permiten cerrar el triángulo. Así, entre ellos se muestran (que no demuestran) que no siempre es posible formar un triángulo con tres lados. Es entonces cuando otros afirman que si un lado es muy corto no se cerrará el triángulo, afirmación que otros rebaten aportando un triángulo con un lado muy corto y dos muy largos. La pregunta que se les plantea entonces es: ¿Qué condiciones deben cumplir tres lados para que se pueda formar un triángulo? Tras otro rato de manipular, pensar y debatir, formulamos entre todos la siguiente afirmación:

«Para que se pueda formar un triángulo la suma de los dos lados más pequeños tiene que ser mayor que la del lado más grande» (figura 15). Para completar un poco las características de los triángulos se les pregunta:

¿Y qué pasa con los ángulos? ¿Deben tener alguna característica especial?

Tras una nueva manipulación con las cañitas, estas son las conclusiones que formulan:

- Un triángulo no puede tener un ángulo llano.
- Solo puede tener un ángulo recto, con dos no se cerraría.
- Tampoco puede tener más de un ángulo obtuso.
- Puede tener los tres ángulos agudos.
- Si tenemos un triángulo y aumentamos la abertura de un ángulo, otro ángulo disminuye. «Si quitas de un ángulo se pone en otro y al revés».
- Los ángulos de un triángulo siempre valdrán lo mismo, aunque cambies sus ángulos.

En este momento se les facilitó la comprobación de la suma de los ángulos a partir de recortar los ángulos de un triángulo dibujado en papel y unirlos por los vértices; es decir, se colocan los tres ángulos consecutivamente y se obtiene un ángulo llano. Final-

mente, como formulaciones generales nos quedamos con estas dos:

- «Cualquier triángulo debe tener como mínimo dos ángulos agudos»
- «La suma de los ángulos de un triángulo siempre es la misma y es de 180° »

¿Cuál ha sido el papel del maestro?

- Animar a los alumnos a ser creativos.
- Proporcionar un material manipulativo (geoplano) en caso que sea necesario.
- Hacer preguntas para crear conflictos, buscar alternativas y poder avanzar.
- Ayudar a la adquisición del vocabulario específico.
- Aprovechar sus dudas y dificultades para formular nuevas preguntas y animarles a investigar.

¿Qué dificultades se han encontrado? ¿Qué nos hemos tenido que replantear?

- Necesidad de facilitar un geoplano para poder construir las figuras.
- Demasiadas conexiones, se pueden acotar condiciones.
- La longitud de las tiras ya cortadas no siempre ha sido la adecuada, por lo que se han visto forzados a adaptar el material.
- Las observaciones de los alumnos han llevado a una investigación y a posteriores descubri-

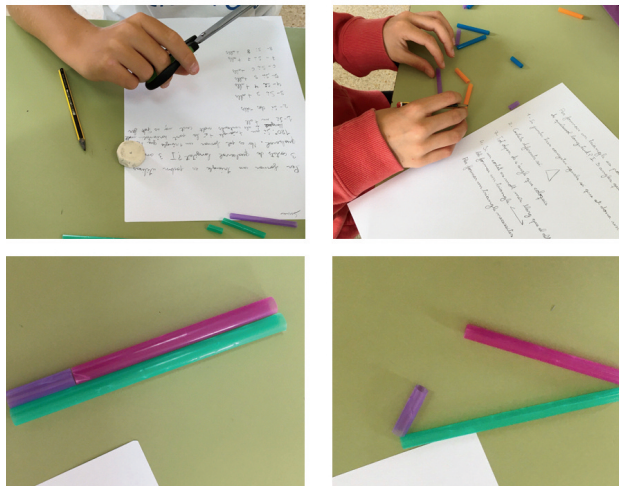


Figura 15. Relación entre los lados de un triángulo

mientos sobre los triángulos. Se podría continuar con otros polígonos.

Referencias bibliográficas

- AUBANELL, A. (2009), «Un paseo por el origen del calendario y el Sistema Métrico», XIV JAEM, <https://apliense.xtec.cat/arc/sites/default/files/annex_octubre_1582_Un_paseo_por_el_origen_d_el_calendario_y___a_aubanell.pdf>.
- GRUP «ALMOSTA» (1988), *Més de 7 Materials per a l'Aprenentatge de la Matemàtica*, Associació de Mestres Rosa Sensat, Barcelona.

Susanna Morell Torrens

CENTMAT, Palma

<susannamorell@gmail.com>

Catalina Maria Pizà Mut

CEIP Mestre Colom, Bunyola

<ppizam@gmail.com>

Maria Àngels Portilla Rueda

CEIP Son Anglada, Palma

<manangels@gmail.com>