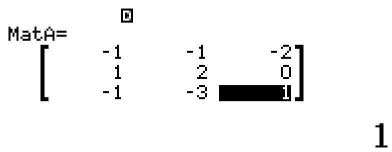
<u>Las operaciones con matrices en Pruebas de Acceso a la Universidad</u>

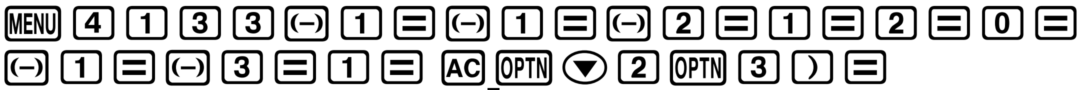
Se presenta una reducida colección de ejercicios propuestos en Pruebas de Acceso a Estudios Universitarios. Su característica es que se trata de ejercicios de aplicación de algoritmos, sumas y productos, cálculo del determinante y matriz inversa, operaciones en las que la calculadora Fx-570 SP X (991SP X) Iberia será de gran ayuda, tanto para agilizar los cálculos como, desde otra premisa,-la de no permitir la calculadora en la fase operativa-, comprobar los resultados obtenidos.

1.- ¿Es inversible la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$? Razona tu respuesta.

Castilla León COU junio 1996

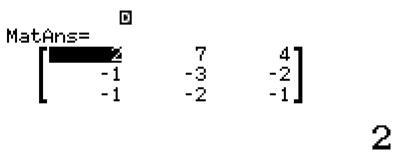
Solución: Calculando el determinante de la matriz A, sabremos si la matriz es regular, es decir, si admite inversa.





Como $|A| = 1$, $|A| \neq 0$, existe A^{-1}, y $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot Adj\left(A^t\right)$, donde $Adj\left(A^t\right)$ es la matriz transpuesta de la matriz de adjuntos de A.

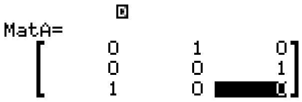
(Aunque no se pide en el ejercicio, la calculadora nos permite calcular la matriz inversa de una forma inmediata)



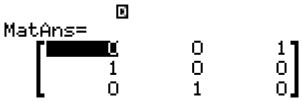
2.- Sea A la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ encuentra la regla de cálculo de las potencias sucesivas de A, es decir A^n, para cualquier número natural n.

b) Resuelve la ecuación matricial $X\left(A^4 + A^2 - A\right) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ *Navarra 1995*

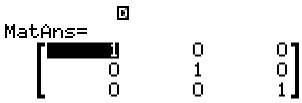
Solución: Utilizamos la opción de la calculadora para operar matrices. Tras introducir los términos de la misma, como en el ejercicio anterior,



0 Elevamos al cuadrado 



0 Multiplicamos la matriz anterior por A

obteniendo como resultado 

1

En consecuencia, $A^{3n} = I$, para $n \in N$, siendo I la matriz identidad,

$$A^{3n+1} = A \text{ y } A^{3n+2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) De lo obtenido en el apartado a) $A^4 + A^2 - A = A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, con lo que

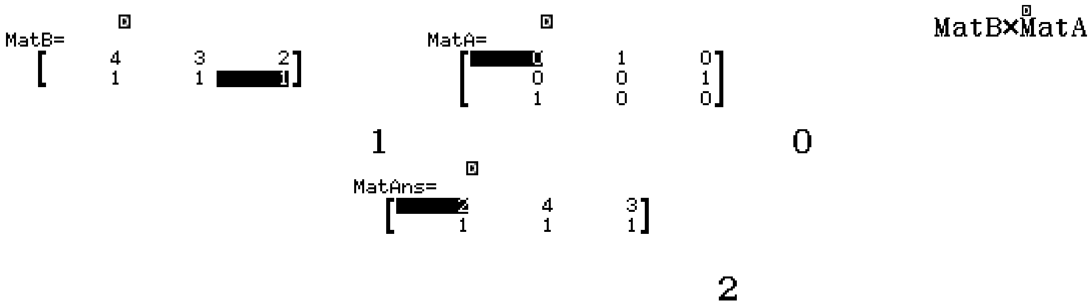
tenemos que resolver la ecuación : $X\ A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, es decir, llamando

$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, hay que resolver la ecuación $X\ A^2 = B$, y, despejando la variable ,

$$X = B \cdot \left(A^2\right)^{-1}$$

Como $A \cdot A^2 = I \quad \Rightarrow \quad A = \left(A^2\right)^{-1}$

(Esto corresponde al razonamiento matemático que el alumno debe hacer, el resto es cálculo algorítmico que la calculadora efectúa rápidamente)



Solución: $X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicios:

1.- Resolver la ecuación matricial $A\,X + B = C$ siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ *Canarias COU Junio 1997*

2.- Resolver la siguiente ecuación matricial $AX - 2B = C$, en el conjunto de las matrices reales 3 x 3, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Estudiar si existe solución de la ecuación $X\left(A + B\right) = 3C$ *Castellón COU junio 1999*

3.- Resolver la siguiente ecuación matricial $X\,A = B - C$, siendo $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ *Castilla y León septiembre 2014*

4.-.- Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Halle el determinante de la matriz A.

b) Halle el determinante de la matriz $3A$.

c) Halle el determinante de la matriz $(3A)^3$. *Oviedo julio 2014*