

XLVI Olimpíada Matemàtica Espanyola
Fase Local – Illes Balears
Primera sessió
15 de gener de 2010

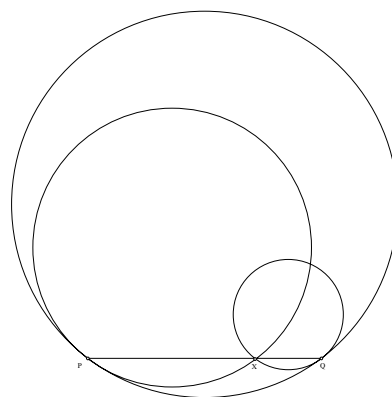
Problema 1

La suma de 10 nombres naturals diferents i no nuls és igual a 108. Demostrau que entre ells n'hi ha dos, com a mínim, que son imparells.

Problema 2

Dues circumferències secants de radis a i b són interiors, i tangents en els punts P i Q , a una circumferència de radi r .

Si PQ passa per un dels punts d'intersecció de les dues primeres, demostrau que $r = a + b$.



Problema 3

Hem acolorit 29 quadrats unitaris d'una graella 7×7 . Vegeu si és que hi ha alguna figura del tipus



(no necessàriament amb l'orientació que es veu al dibuix) amb les tres caselles acolorides.

- No és permès l'ús de calculadores.

XLVI Olimpíada Matemàtica Espanyola
Fase Local – Illes Balears
Segona sessió
15 de gener de 2010

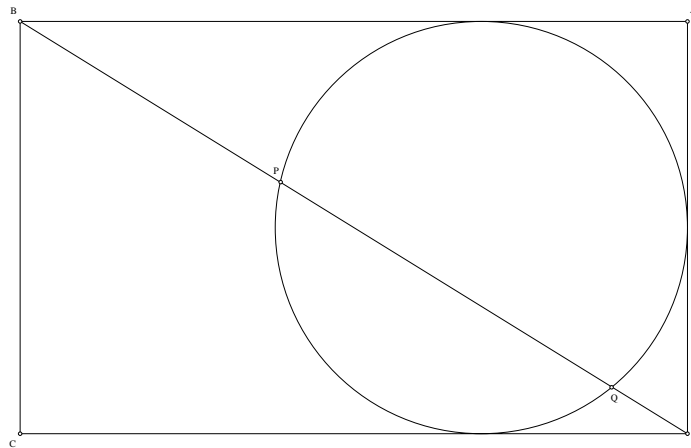
Problema 4

Demostrau que per a qualssevol nombres reals x, y, z es compleix que almenys un dels nombres $(x + y + z)^2 - 2xy$, $(x + y + z)^2 - 2yz$, $(x + y + z)^2 - 2zx$ és més gran o igual que zero.

Problema 5

Sigui $ABCD$ un rectangle amb $AB > BC$. Una circumferència tangent als costats AB , CD i DA , tal com es mostra a la figura adjunta, talla la diagonal BD en els punts P i Q .

Expressau, en funció de AB i de BC , la longitud del segment PQ .



Problema 6

Troba les solucions reals de l'equació

$$x^2 - 5[x] + 3 = 0,$$

essent $[x]$ la part entera de x . (La *part entera* d'un nombre real x és el nombre enter més gran que és més petit o igual que x).

- No és permès l'ús de calculadores.