

Problema 4

Trobau totes les solucions en nombres reals del sistema d'equacions:

$$\begin{aligned}(x - 4)(3x - 7) &= 1 - y \\(y - 4)(3y - 7) &= 1 - z \\(z - 4)(3z - 7) &= 1 - x\end{aligned}$$

La suma de les tres equacions, una vegada desenvolupades i simplificades, és

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 18x - 18y - 18z + 81 = 0$$

equivalent a

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 3)^2 = 0 \tag{1}$$

Tota solució del sistema proposat haurà de complir (1), la qual obliga a $x - 3 = y - 3 = z - 3 = 0$ o sigui $x = y = z = 3$ si x, y, z són reals.

Es comprova que la terna $(3, 3, 3)$ és solució del sistema i és, per tant, l'única solució en nombres reals.