

Problema 3

Cada punt d'un pla està pintat d'un color elegit entre dos diferents. Prova que existeixen triangles equilàters d'aquest pla que tenen els seus vèrtexs pintats del mateix color.

Siguin blanc i negre els dos colors. Sigui ABC un triangle equilàter. Podem suposar sense pèrdua de generalitat que els vèrtexs A i B són blancs.

Suposem que C és de color negre.

Sigui D el punt simètric de C respecte de AB . Siguin E i F els respectius punts simètrics de A i D respecte de B . Sigui $G = AC \cap EF$.

El triangle ABD és equilàter. Els punts A i B són blancs. Suposem D de color negre.

El triangle CDE és equilàter. Els punts C i D són negres. Suposem E de color blanc.

El triangle BEF és equilàter. Els punts B i E són blancs. Suposem F de color negre.

El triangle CFG és equilàter. Els punts C i F són negres. Suposem G de color blanc.

El triangle AEG és equilàter i els seus vèrtexs A , E i G són de color blanc i hem acabat.