

54a Olimpíada Matemàtica Espanyola

Segona sessió de la fase local a les Illes Balears

10 de gener de 2018

Problema 4

Construiu un quadrat de manera que tengui dos vèrtexs consecutius sobre una circumferència donada, i de manera que sigui tangent a la mateixa el costat que uneix els altres vèrtexs.

Si la circumferència té radi unitat, calculau la longitud del quadrat construït.

Problema 5

Demostrau que si m , n , r són nombres enters positius qualssevol, aleshores el nombre

$$81m \cdot 3^{8r} + 8n \cdot 2^{6r}$$

és divisible per 89 si, i només si, la diferència $m - n$ és un múltiple de 89.

Problema 6

Resoleu l'equació

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{6}{x-6} + \frac{7}{x-7} = x^2 - 4x - 4$$

La durada de la prova és de tres hores.
No es pot fer ús de calculadores ni d'altres aparells electrònics.