

54a Olimpíada Matemàtica Espanyola

Primera sessió de la fase local a les Illes Balears

10 de gener de 2018

Problema 1

Provau o refusau que existeixen nombres x i y que compleixen

$$\begin{aligned}x + y &= 1 \\x^2 + y^2 &= 2 \\x^3 + y^3 &= 3\end{aligned}$$

Problema 2

Siguin D i E els punts dels costats BC i CA , respectivament, d'un triangle ABC tals que

$$BD : DC = 1 : 2 \quad \text{i} \quad CE : EA = 1 : 3.$$

Sigui P el punt d'intersecció del segment AD amb el segment BE .

Trobau l'àrea del triangle ABC sabent que el triangle PBD té àrea 1.

Problema 3

A un poblet del sud dels Estats Units hi havia famílies negres i famílies blanques. Per Nadal, les unes i les altres tenien per costum felicitar-se mútuament, per correu, però mai les famílies negres felicitaven les blanques, ni a l'inrevés. Una riuada inundà la central de correus i esborrà les adreces. El carter, home pràctic, sabent que totes les felicitacions eren iguals i que totes les famílies havien complert la tradició, envià a cada família 112 felicitacions.

Quin era el nombre de famílies negres i el nombre de famílies blanques, sabent que era més gran el nombre de les blanques?

La durada de la prova és de tres hores.
No es pot fer ús de calculadores ni d'altres aparells electrònics.