

Título: ESTUDIO DE LA FUNCIÓN LOGÍSTICA

Nivel educativo: 1º de Bachillerato

Calculadora: FX-82MS, FX-82ES y FX-82ES Plus

Autor: Jesús Carcelén Gandía

Experimentado: Sí

Justificación: En uno de los apartados de la actividad SUCESIONES de Mauricio Contreras del Rincón se estudia la denominada “ecuación logística” usando el modelo CP-400, *con el que es posible la representación en tela de araña, lo que permite tratar contenidos como órbita de una función, convergencia, divergencia, estabilidad, ciclo doble, órbitas periódicas y sistemas caóticos.*

En nuestra actividad haremos una modesta adaptación de ese estudio usando modelos mucho más sencillos de calculadora: FX-82MS, FX-82ES y FX-82ES Plus.

Duración: Esta actividad ha sido experimentada en un grupo de 1º de Bachillerato científico-tecnológico en dos horas de clase.

FUNCIÓN LOGÍSTICA

La función logística puede expresarse matemáticamente como $X_{n+1} = A \cdot X_n \cdot (1 - X_n)$

X_n es un número entre cero y uno que representa (en un instante n) la fracción de individuos en un territorio respecto de un número supuesto máximo posible.

A es un número positivo que representa la relación o tasa combinada entre la reproducción y la mortandad.

El modelo logístico describiría el valor futuro de la población a partir del conocimiento del valor presente. En principio, se multiplica la fracción poblacional presente por una constante. Pero, además, para tener en cuenta el hecho de que, al haber más población, la competencia entre los individuos aumenta y la población crece con más dificultad (faltarán alimentos y las enfermedades se propagarán con más facilidad), se multiplica la fracción poblacional por la diferencia entre 1 y el valor poblacional actual.

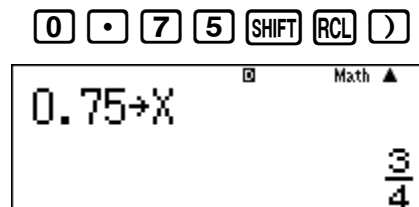
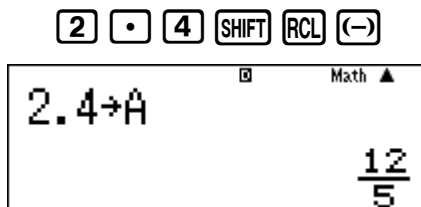
La función logística describe, por tanto, dos efectos:

- El crecimiento de tipo exponencial de la población (efecto más visible cuanto más pequeña es la población).
- La mortalidad adicional, que aumenta a medida que crece la población, debido a la competencia de los individuos entre sí para asegurarse el alimento necesario.

Esto se traduce matemáticamente por el signo negativo en el término cuadrático.

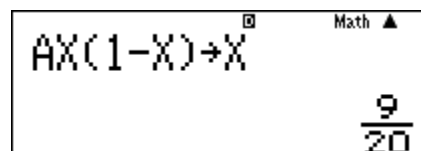
(Este modelo asume que los recursos para la población son ilimitados y que no hay mortalidad debida a la competencia con otras especies).

Para comenzar nuestra actividad con la calculadora, introducimos los valores para la constante A y para la fracción poblacional inicial X_0 :

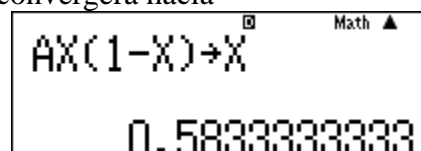


Escribimos después la aplicación logística, del siguiente modo:

ALPHA (←) ALPHA (→) () 1 = ALPHA ()) SHIFT RCL (→)



Aparecerá en pantalla el término X_1 . Presionando la tecla = obtendremos los siguientes términos de la sucesión X_n ; en nuestro caso, con los valores inicialmente introducidos, la población convergerá hacia



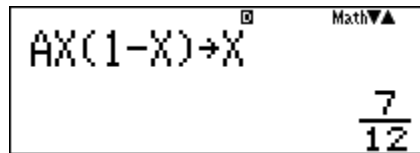
Estudiamos a continuación qué ocurre si el valor de la constante es $A=3.2$:

- cambiamos el valor de la constante A: $\boxed{3} \cdot \boxed{2} \text{ [SHIFT] [RCL] [(-)]}$



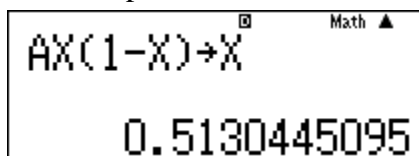
Calculator display showing the expression $3.2 \rightarrow A$ and the result $\frac{16}{5}$.

- buscamos mediante la flecha hacia arriba la expresión guardada: \uparrow

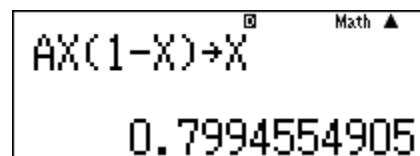


Calculator display showing the expression $AX(1-X) \rightarrow X$ and the result $\frac{7}{12}$.

- y volvemos a pulsar reiteradamente la tecla $\boxed{=}$; observaremos que, en esta ocasión, la población fluctúa entre dos valores:



Calculator display showing the expression $AX(1-X) \rightarrow X$ and the value 0.5130445095 .



Calculator display showing the expression $AX(1-X) \rightarrow X$ and the value 0.7994554905 .

ACTIVIDADES

Estudia la evolución de una población, según el modelo logístico, en los siguientes casos:

- 1) $A = 0.25$
- 2) $A = 1.4$
- 3) $A = 2.7$
- 4) $A = 3.4$
- 5) $A = 3.5$
- 6) $A = 3.6$
- 7) $A = 4$

¿Influye el valor de la población inicial?