

**La calculadora científica  
como recurso didáctico en las aulas**

**ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL**
















**NIVEL: 1º DE BACHILLERATO**

**Abel Martín**

**Profesor de Matemáticas del IES Pérez de Ayala de Oviedo**

## ÍNDICE

	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>3</b>
	<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>3</b>
	<b>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</b> .....	<b>3</b>
	<b>USO Y MANEJO BÁSICO DE LA CALCULADORA</b> .....	<b>4</b>
	<b>BORRADO DE MEMORIAS ESTADÍSTICAS:</b> .....	<b>4</b>
	<b>ACTIVIDAD DE INICIACIÓN 01. VARIABLE DISCRETA.</b> .....	<b>4</b>
	Introducción de datos .....	5
	La media aritmética $\bar{X}$ .....	6
	Corrección de datos erróneos .....	8
	La desviación típica.....	8
	La cuasidesviación típica (AMPLIACIÓN).....	9
	Valor máximo y mínimo de la muestra .....	10
	Rango de la distribución de notas .....	10
	Mediana.....	10
	<b>ACTIVIDAD DE INICIACIÓN 02. VARIABLE CONTINUA</b> .....	<b>11</b>
	Variable estadística .....	13
	Completando una tabla estadística con distintos tipos de frecuencias .....	13
	Introduciendo datos en la calculadora con tabla de frecuencias absolutas .....	14
	Tamaño de la muestra .....	15
	Intervalos. Interpretación .....	15
	La suma de todos los datos.....	16
	La media aritmética.....	16
	La moda. Interpretación .....	17
	La mediana. Interpretación.....	18
	Los cuartiles. Interpretación.....	19
	Recorrido intercuartílico .....	19
	Los percentiles. Interpretación .....	20
	El rango de la muestra. Interpretación.....	20
	La desviación típica. Interpretación .....	21
	Analizando el intervalo $[\bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma]$ .....	21
	Interpretación conjunta de la media aritmética y la desviación típica.....	22
	Poblaciones con un comportamiento normalizado.....	22
	El coeficiente de variación. ¿Cuándo es adecuada su utilización?.....	22
	Las medidas de centralización que mejor representan una distribución.....	23
	Representación gráfica .....	23
	Puntuaciones tipificadas.....	24
	<b>CUESTIONES DE AMPLIACIÓN DE ESTA ACTIVIDAD</b> .....	<b>25</b>
	Determinación gráfica de la moda.....	25
	Determinación gráfica de la mediana.....	25
	Dado un dato, ¿en qué percentil se encuentra?.....	25
	Determinación de la variable normalizada con la calculadora .....	26
	<b>ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 01</b> .....	<b>27</b>
	<b>ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 02</b> .....	<b>34</b>
	<b>ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 03</b> .....	<b>35</b>
	<b>ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 04</b> .....	<b>36</b>
	<b>ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 05</b> .....	<b>37</b>
	<b>PROPUESTAS DE ACTIVIDADES INDAGATORIAS TIPO TEST</b> .....	<b>37</b>
	<b>EVALUACIÓN DE LA UNIDAD</b> .....	<b>38</b>

## INTRODUCCIÓN

En este tema concreto aprenderemos a usar una aplicación Estadística de la calculadora científica en la que interviene **una sola variable**.

Ayudados por la sencillez de su funcionamiento y sintaxis, comprobaremos el gran potencial de esta gama de calculadoras CASIO fx 570ES PLUS y cómo son capaces de realizar diversos cálculos estadísticos con variables unidimensionales.

También lleva incorporadas funciones de introducción y modificación de datos en listas que permitirán obtener fácilmente distintos parámetros que representarán medidas de centralización y dispersión de la muestra, pudiendo dedicar más tiempo a reflexionar sobre el significado de estos y tomar decisiones.

## OBJETIVOS

- Manejar la terminología básica estadística.
- Reconocer una variable estadística unidimensional, conocer sus tipos, sus cualidades y su tamaño.
- Distinguir el concepto de población y comprender la necesidad de utilizar muestras.
- Saber resumir la información aportada por los datos de una variable en una tabla de frecuencias.
- Conocer, calcular e interpretar los parámetros estadísticos de **centralización** más utilizados de una distribución estadística unidimensional: media aritmética y moda.
- Conocer, calcular e interpretar los parámetros estadísticos de **posición** más utilizados de una distribución estadística unidimensional: mediana, cuartiles y percentiles.
- Conocer, calcular e interpretar los parámetros estadísticos de **dispersión** de una distribución estadística unidimensional: rango, varianza, desviación típica y coeficiente de variación.
- Comprender el uso conjunto de la media y la desviación típica para la comparación de las **puntuaciones típicas**.
- Reconocimiento y valoración crítica del uso de la calculadora como herramienta didáctica.
- Confianza en las propias capacidades para efectuar estimaciones y cálculos estadísticos.

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Interpretar o elaborar información sobre una población de forma gráfica.
- Calcular los parámetros estadísticos.
- Comprender el significado de los parámetros estadísticos obtenidos.
- Usar el coeficiente de variación en la comparación de dos distribuciones unidimensionales.
- Hacer uso de las puntuaciones típicas en la comparación de datos.
- Comprender la relación entre las gráficas y algunos parámetros estadísticos después de haber realizado un estudio estadístico unidimensional sobre una muestra.
- Analizar críticamente los parámetros más adecuados en la representación de una muestra utilizando para ello calculadora y programas informáticos.

## USO Y MANEJO BÁSICO DE LA CALCULADORA



Lo primero que vamos a hacer es preparar la calculadora para entrar en el mundo de la **ESTADÍSTICA**, aunque suele ser interesante empezar con el...

### BORRADO DE MEMORIAS ESTADÍSTICAS:



	<pre>Clear? 1: Setup  2: Memory 3: All</pre>
	<pre>Clear Setup? [=]      :Yes [AC]     :Cancel</pre>
	<pre>Complete! Press [AC] key</pre>

A través de la resolución de las siguientes actividades iremos conociendo las diferentes teclas y funciones relativas a la estadística unidimensional, comprobando la sencillez de su funcionamiento y sintaxis e interiorizando conceptos de las cuestiones planteados y procedimientos utilizados.

### ACTIVIDAD DE INICIACIÓN 01. VARIABLE DISCRETA.

Las nueve notas obtenidas en matemáticas por un alumno a lo largo del curso han sido las siguientes:

7.5, 8.25, 7.05, 1.25, 3.5, 4.5, 7, 0.25 y 6.45.

(a) ¿Cuál fue la nota media? Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.

(b) Si se considera que se supera la materia con una media superior o igual a 5 puntos, ¿habrá aprobado?

(c) Si hubiese un error y el segundo dato, en lugar de 8.25 fuese 7.95, ¿seguiría todo como estaba a la hora de ver si supera la asignatura?

*A partir de ahora seguimos la actividad con esta modificación de 7.95 en la nota.*

(d) ¿Cuántos puntos se alejan, respecto de la media, la mayoría de los valores de la distribución? ¿Cómo se llama el parámetro que utilizamos para esto? Comenta los resultados.

(e) ¿Qué diferencia existe entre el concepto de desviación típica y cuasidesviación típica?

#### AMPLIACIÓN

(f) Interpreta **conjuntamente** el **valor** de la media aritmética y la desviación típica de la muestra estudiada, utilizando los datos obtenidos.

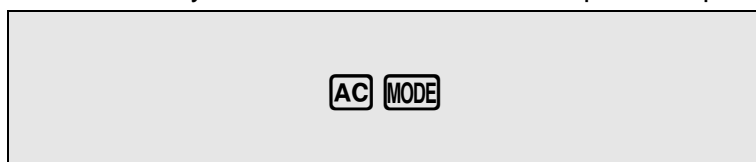
(g) Busca en la pantalla de la calculadora cuál es el menor y el mayor valor de la distribución de valores. En este caso tan sencillo no es muy importante el uso de la máquina pero cuando hay una gran cantidad de datos, encontrar esas cantidades puede resultar laborioso.

(h) ¿Cuál es el rango de la distribución de notas?

(i) ¿Cuál es la mediana de las notas de la muestra?

## Introducción de datos

Borramos y entramos en las diferentes opciones que se nos pueden presentar:



```
1:COMP  2:CMPLX
3:STAT  4:BASE-N
5:EQN   6:MATRIX
7:TABLE 8:VECTOR
```

Elegimos estadística **STAT**



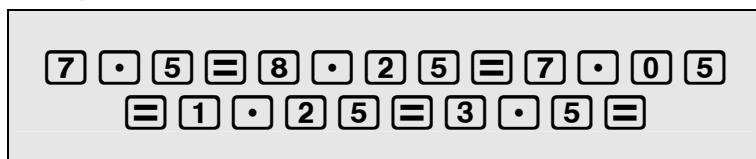
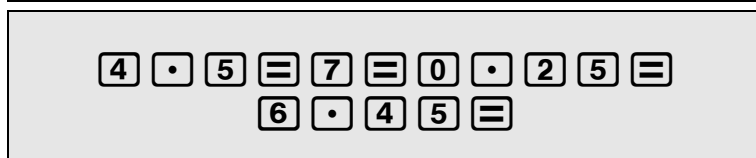
```
1:1-VAR  2:A+BX
3:_+CX^2 4:ln X
5:e^X    6:A*B^X
7:A*X^B  8:1/X
```

Y ahora la modalidad del estudio estadístico unidimensional de una variable **1-VAR**

NOTA: Las demás opciones son para estudiar otro tipo de cuestiones relacionadas con las regresiones y que veremos en otros tema, más adelante.



Ya estaríamos en disposición de introducir los datos uno a uno. Para ello presionamos los valores de cada uno de esos datos (con las teclas correspondientes ya conocidas) y la tecla  $\equiv$  para ir validándolos:


Una vez introducidos todos los datos pulsamos **AC** para salir de la tabla. Este es un paso que se olvida frecuentemente.

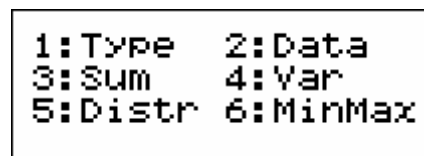


**(a)** ¿Cuál fue la nota media? Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.

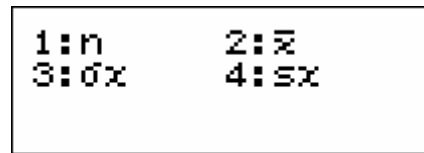
En este ejemplo vamos a calcular exclusivamente la media aritmética, una medida de tendencia central que caracteriza la muestra y en torno a la que se concentran los datos.

Vamos a observar su valor, directamente con la calculadora a través de la función secundaria **STAT**



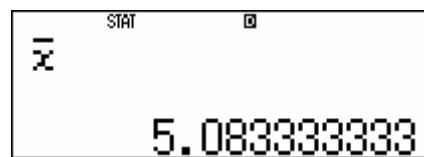


Elegimos la opción **Var**



**La media aritmética**  $\bar{x}$

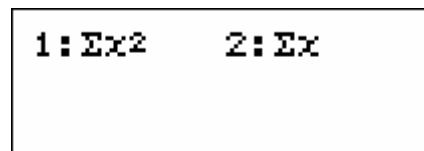
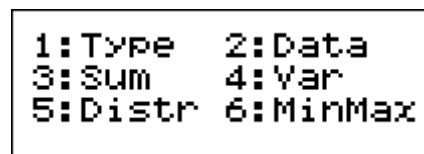
Pedimos el valor de la media aritmética  $\bar{x}$



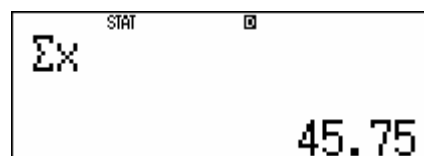
**Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.**

Vamos a utilizar la fórmula matemática adecuada, dividiendo la suma de todos los valores de la variable por el número de datos de la distribución:

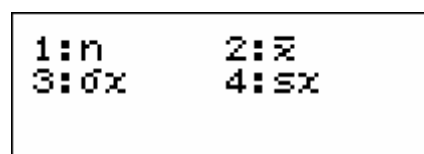
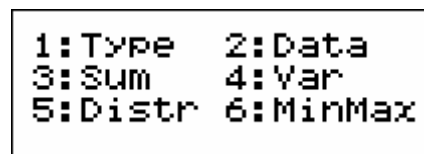
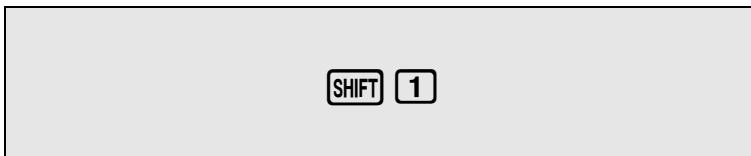
$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$



Podemos apreciar que nos da la suma de todos los datos de la muestra  $\Sigma x$



Ahora tenemos que buscar el número de datos "n"



1 =

STAT 0  
n  
9

En la práctica efectuamos la operación directamente, tal y como podemos ver a continuación:

SHIFT 1 3 2 ÷

STAT 0  
Σx÷1  
9

SHIFT 1 4 1 =

STAT 0  
Σx÷n  
5.083333333

$$\bar{x} = \frac{\Sigma X}{n} = 5.08 \text{ puntos}$$

(b) Si se considera que se supera la materia con una media superior o igual a 5 puntos, ¿habrá aprobado?

**El alumno habrá aprobado ya que su nota media supera los 5 puntos.**



## ANÁLISIS DE ALGUNOS DE LOS OTROS PARÁMETROS QUE SE PRESENTAN DIRECTAMENTE EN LA CALCULADORA:

SHIFT 1

1:Type 2:Data  
3:Sum 4:Var  
5:Distr 6:MinMax

### 1:Type

Cambia el tipo de variable y vuelve a la pantalla en la que elegimos estas opciones:

1

1:1-VAR 2:A+BX  
3:--+CX<sup>2</sup> 4:ln X  
5:e^X 6:A·B^X  
7:A·X^B 8:1/X

### 2:Data

Muestra la tabla de datos.

AC SHIFT 1

1:Type 2:Data  
3:Sum 4:Var  
5:Distr 6:MinMax

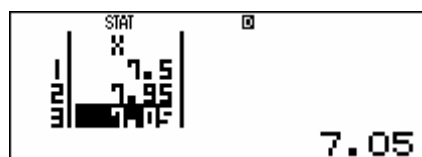
2

STAT 0  
X  
Y  
1 8.25  
2 7.05  
3  
7.5

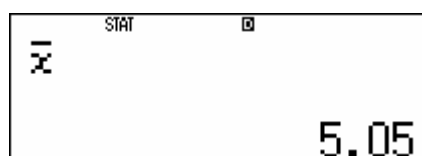
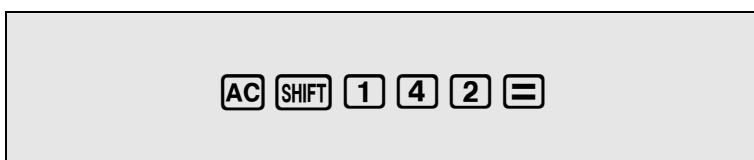
### Corrección de datos erróneos

(c) Si hubiese un error y el segundo dato, en lugar de 8.25 fuese 7.95, ¿seguiría todo como estaba a la hora de ver si supera la asignatura?

Si el segundo dato, en lugar de un 8.25 hubiese un error y fuese 7.95, se modificaría simplemente colocándonos encima de ese dato e introduciendo el nuevo valor correcto:



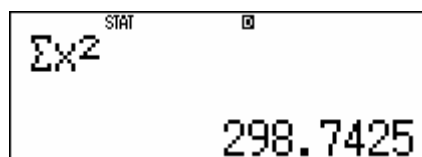
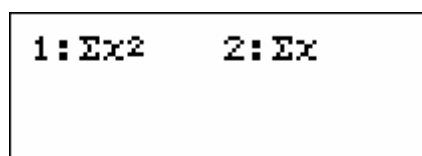
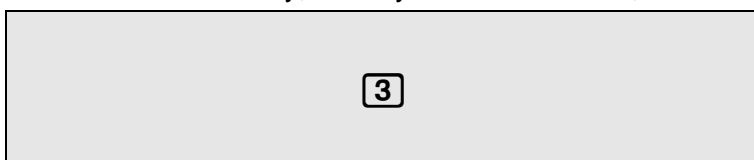
Veamos la nueva media aritmética:



**El alumno sigue aprobando ya que su nota media supera los 5 puntos (5.05)**

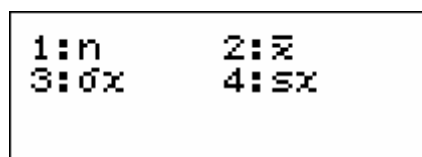
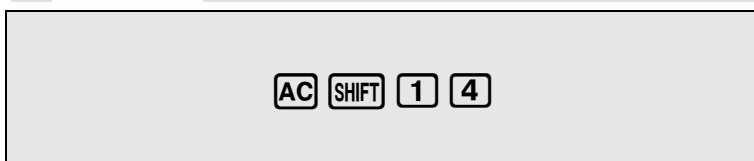
### 3: Sum

Permite proporcionar dos valores interesantes como son la suma de los cuadrados de los valores introducidos y, como ya habíamos visto, la suma de todos los valores:



Si elevamos al cuadrado cada uno de los valores de las notas y los sumamos obtendríamos **289.7425 puntos cuadrados**.

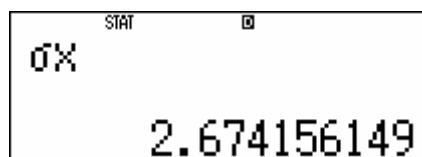
### 4: Var



Nos devuelve, como ya habíamos visto, el número de valores "n", la media aritmética ( $\bar{x}$ ) y otros dos valores que pasamos a comentar a continuación:

### La desviación típica

Se trata de la desviación típica de los puntos obtenidos en la muestra, **tomada como población**:



$$\sigma x = 2.674156149$$

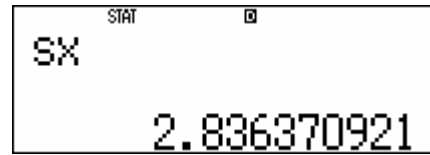


Expresión matemática utilizada

$$\sigma x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Ahora bien, si lo que queremos realizar es una inferencia y deseamos estimar la desviación típica de una población a partir de una muestra, realizamos un ajuste y tomamos como parámetro...

**La cuasidesviación típica (AMPLIACIÓN)**



Sx = 2.836370921

Expresión matemática utilizada

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

**(d)** ¿Cuántos puntos se alejan, respecto de la media, la mayoría de los valores de la distribución. Comenta los resultados.

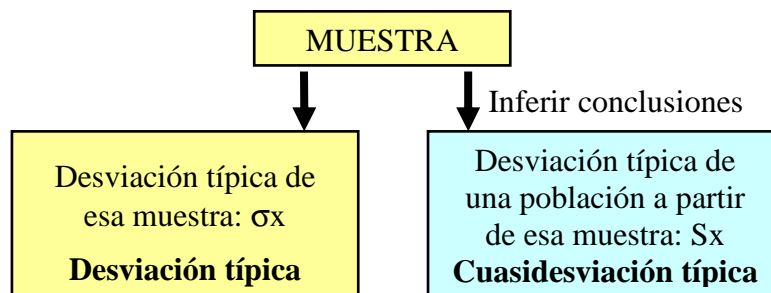
En nuestro caso, como las notas que se han obtenido constituyen ya la población (no es una muestra) pues son todas las notas obtenidas, el valor pedido es el de la desviación típica.

$\sigma x = 2.674156149$

La desviación típica es un parámetro que se utiliza para evitar una pérdida considerable de información. Nos permitirá comprobar cuánto se separan y alejan los datos de la muestra con respecto a los valores medios que la caracterizan.

**(e)** ¿Qué diferencia existe entre el concepto de desviación típica y cuasidesviación típica? **AMPLIACIÓN**

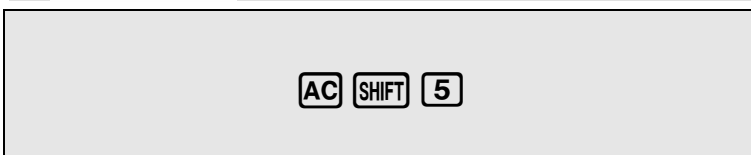
Esta cuestión se trata de una ampliación de contenidos vista anteriormente y que, como resumen, podemos mostrar el siguiente esquema:



**(f)** Interpreta **conjuntamente** el **valor** de la media aritmética y la desviación típica de la muestra estudiada, utilizando los datos obtenidos.

La media de las notas de matemáticas del alumnos es 5.08 puntos, encontrándose la **mayoría** de sus notas 2.67 puntos por encima y por debajo.

**5: Distr**



Esta sección nos permite realizar cálculos de distribución normal usando las funciones

P( Q( R( t

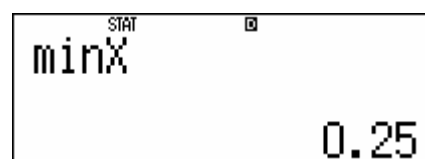
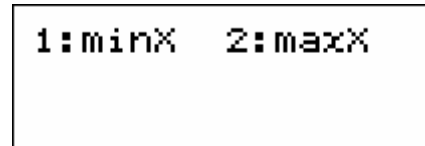
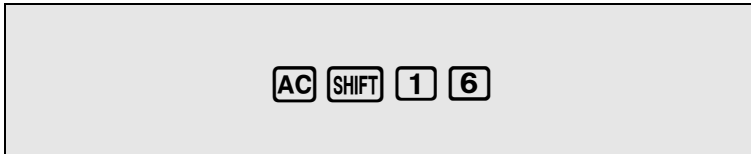
y que dejaremos para un poco más adelante.

### Valor máximo y mínimo de la muestra

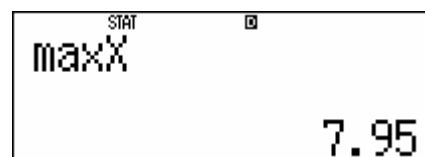
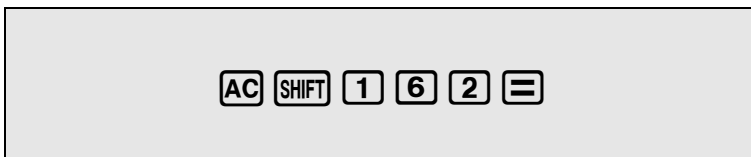
(g) Busca en la pantalla de la calculadora cuál es el menor y el mayor valor de la distribución de valores. En este caso tan sencillo no es muy importante el uso de la máquina pero cuando hay una gran cantidad de datos, encontrar esas cantidades puede resultar laborioso.

#### 6: MinMax

Devuelve los valores mínimo y máximo, respectivamente, de la distribución.



La nota mínima obtenida en Matemáticas es un 0.25.

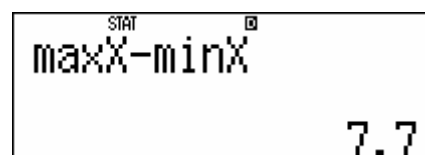
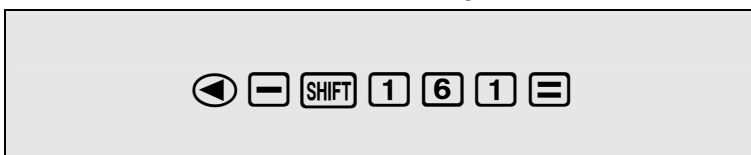


La nota máxima obtenida en Matemáticas es un 7.95.

### Rango de la distribución de notas

(h) ¿Cuál es el rango de la distribución de notas?

Rango = Valor máximo – valor mínimo



Esta es la forma de presentarse en el menú de estadística cuando entramos por primera vez en la calculadora, aunque todavía podemos darle algunos retoques, como veremos en la próxima actividad.

### Mediana

(i) ¿Cuál es la mediana de las notas de la muestra?

Este es un parámetro que no nos da la calculadora. Habrá que observar si el número de datos es par o impar. En este caso es un número impar de datos (9)

La **Me** está representada por un único valor central:

$$\frac{n}{2} + 0.5 = \frac{9}{2} + 0.5 = 4.5 + 0.5 = 5 \rightarrow \text{Será el } 5^{\circ} \text{ término}$$

Colocados en orden creciente:

0.25, 1.25, 3.5, 4.5, 6.45, 7, 7.05, 7.5, 7.95

La Mediana de la serie estadística es 6.45

## ACTIVIDAD DE INICIACIÓN 02. VARIABLE CONTINUA

Con el fin de estudiar la estatura de las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato se han tomado las 108 matriculadas en un IES elegido al azar. Como la cantidad de datos es elevada, **RESUMIREMOS** los resultados en forma de intervalos, con la siguiente tabla de distribución estadística:

Intervalos	$n(x_i)$
[1.45 , 1.50)	9
[1.50 , 1.55)	14
[1.55 , 1.60)	28
[1.60 , 1.65)	36
[1.65 , 1.70)	15
[1.70 , 1.75)	4
[1.75 , 1.80)	2

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

- ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?
- Identifica qué tipo de variable estadística se trata. Razona la respuesta.
- ¿Cuál es la población en este estudio?
- Completa la **tabla estadística** de las estaturas de las alumnas estudiadas (expresadas en metros) de forma que aparezcan también las frecuencias absolutas acumuladas, las frecuencias relativas y las frecuencias relativas acumuladas.

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)		9			
[1.50 , 1.55)		14			
[1.55 , 1.60)		28			
[1.60 , 1.65)		36			
[1.65 , 1.70)		15			
[1.70 , 1.75)		4			
[1.75 , 1.80)		2			

- Introduce los datos en la calculadora y comprueba el tamaño de la muestra de las alumnas que la integran.
- Si una alumna mide **1.59 m**, ¿a qué intervalo pertenece?
- Si una alumna mide **1.70 m**, ¿a qué intervalo pertenece?
- ¿Cuántas alumnas miden entre **1.60 y 1.70 m** según figura en la tabla del enunciado?
- ¿Cuántas alumnas miden **menos** de 1.70 m? ¿Dónde viene expresado en la tabla y qué nombre recibe dicho lugar de la tabla?
- ¿Qué ocurre si el valor de la **frecuencia relativa acumulada** que obtenemos es igual a 1.05? Justifica la respuesta.
- ¿Qué **amplitud** tiene cada intervalo?
- ¿Cuál es el **representante** de la segunda clase y qué nombre recibe?
- ¿Cuál es el extremo inferior del intervalo [1.60 , 1.65)?
- ¿Por qué el intervalo [1.70 , 1.75) empieza por corchete [ y acaba por paréntesis )?
- ¿Cuál es la frecuencia relativa de las alumnas que miden entre 1.50 y 1.55 m? Exprésalo en porcentaje.
- ¿Cuál es la frecuencia relativa de las alumnas que miden menos de 1.70 m? Exprésala también en porcentaje.
- Si hiciésemos una cadena humana en la que todas las alumnas, dispuestas horizontalmente, se situasen una a continuación de otra, con los pies situados a continuación de la cabeza, ¿cuánto llegaría a medir esa cadena lineal?

(18) Calcula la media aritmética de la estatura de las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato. Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.

(19) **INVESTIGACIÓN** Utilizando el valor de la media aritmética, propón un método para calcular el valor del  $\Sigma x$

(20) A partir de la tabla, calcula algebraicamente el valor concreto del valor que aparece con más **frecuencia** dentro del intervalo e interpreta el resultado. ¿Cómo se llama este parámetro en Estadística?

(21) A partir de la tabla, calcula algebraicamente el valor concreto de la mediana dentro del intervalo e interpreta el resultado.

(22) Calcula la estatura de las alumnas que están en el primer CUARTIL e interpreta el resultado.

(23) **Calcula el recorrido intercuartílico de las alumnas estudiadas.**

(24) Calcula la estatura de las alumnas que está en el percentil 90 e interpreta el resultado.

(25) Calcula el **rango** de la muestra.

(26) ¿Ha salido el mismo valor del rango al utilizar los recursos de la calculadora o al hacerlo observando los datos de la distribución estadística? Explica lo observado.

(27) Calcula la desviación típica de la estatura de las alumnas de la muestra. Haz un breve comentario del significado de dicho parámetro.

(28) ¿Qué porcentaje de personas de la muestra se encuentra realmente en el **intervalo**  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?

(29) Interpreta **conjuntamente** el **valor** de la media aritmética y la desviación típica de la muestra estudiada, utilizando los resultados obtenidos.

(30) Si se tratase de una población "**normalizada**", ¿qué porcentaje teórico de edades de las chicas de 1º de bachillerato de la muestra se esperaría para los siguientes intervalos?

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma), (\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \text{ y } (\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$$

(31) Calcula el **coeficiente de variación** de la distribución estudiada. Comenta previamente en qué momentos es un parámetro adecuado.

(32) ¿Cuál es la **medida de centralización** que mejor representa a esta distribución? Razona la respuesta.

(33) Haz la representación gráfica más adecuada para esta distribución y di qué nombre recibe. Escribe el nombre de otros 5 tipos de representación gráfica estadística unidimensional.

(34) Calcula la desviación típica de la estatura de las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato de Asturias (**AMPLIACIÓN**).

(35) Si no conocieses la distribución de edades y te diesen exclusivamente las siguientes pantallas de la calculadora, ¿podrías calcular la desviación típica?

$\Sigma x^2$ 276.9475	$\bar{x}$ 1.6	$n$ 108
--------------------------	------------------	------------

(36) Una chica que mide 1.48 m se encuentra un poco a disgusto con su estatura pues la media de su grupo (A) es 1.62, con una  $\sigma = 0.08$  m. Así que se compra unas "plataformas" de 5 cm, con tan mala fortuna que ese mismo día la cambian de grupo (B), de 1.66 m de media y  $\sigma = 0.12$  m. ¿En cuál de las 2 clases sería más alta con respecto al resto, en el A sin plataformas o en el B con plataformas?

(37) Calcula gráficamente el valor CONCRETO de la **moda** a partir del histograma correspondiente

(38) Calcula gráficamente el valor CONCRETO de la **mediana** a partir del histograma correspondiente

(39) Si una alumna mide 1.76, ¿en qué percentil se encuentra? Interpreta el resultado.

(40) Determina la variable normalizada de la distribución cuando  $x = 1.48$  y también  $P(t)$  en ese punto (**AMPLIACIÓN adecuada al acabar el todo bloque de estadística**)

## RESOLUCIÓN

Con el fin de estudiar la estatura de las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato se han tomado las 108 matriculadas en un IES elegido al azar. Como la cantidad de datos es elevada, **RESUMIREMOS** los resultados en forma de intervalos, con la siguiente tabla de distribución estadística:

Intervalos	$n(x_i)$
[1.45 , 1.50)	9
[1.50 , 1.55)	14
[1.55 , 1.60)	28
[1.60 , 1.65)	36
[1.65 , 1.70)	15
[1.70 , 1.75)	4
[1.75 , 1.80)	2

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

### Variable estadística

(1) ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?

La estatura, expresada en metros, de las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato ( $x_i$ )

(2) Identifica qué tipo de variable estadística se trata. Razona la respuesta.

Se trata de una variable estadística **continua** ya que puede tomar cualquier valor dentro de cada intervalo. También es **cuantitativa** ya que son valores medibles.

(3) ¿Cuál es la población en este estudio?

Las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato.

### Completando una tabla estadística con distintos tipos de frecuencias

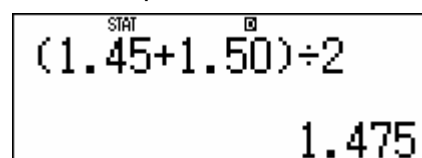
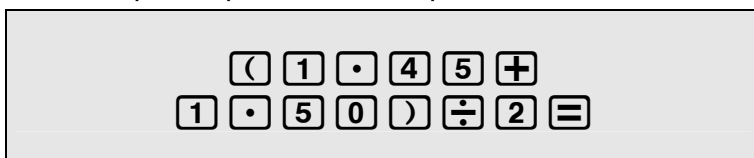
(4) Completa la **tabla estadística** de las estaturas de las alumnas estudiadas (expresadas en metros) de forma que aparezcan también las frecuencias absolutas acumuladas, las frecuencias relativas y las frecuencias relativas acumuladas.

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

(5) Introduce los datos en la calculadora y comprueba el tamaño de la muestra de las alumnas que la integran.

Tenemos que elegir un representante de cada intervalo, al que llamamos **marca de clase** ( $x_i$ ), que será el valor medio del mismo. Si queremos calcular cuál es, bastará con hacerlo mentalmente. Pero si queremos comprobar si lo hemos hecho correctamente, se sumarán los dos extremos del intervalo y se dividirá entre dos (la semisuma de los extremos).

Cuando estamos en la modalidad de Estadística no se nos permite la escritura en modo "natural" por lo que tendremos que hacerlo en forma lineal. Veamos la primera marca de clase:



... y así sucesivamente.

### Introduciendo datos en la calculadora con tabla de frecuencias absolutas

Otra cuestión será preparar la máquina para que, a partir de ahora, siempre nos presente una columna que permita introducir la columna de frecuencias.

AC SHIFT MODE	1:MthIO 2:LineIO 3:Deg 4:Rad 5:Gra 6:Fix 7:Sci 8:Norm
▼	1:ab/c 2:d/c 3:CMPLX 4:STAT 5:Disp 6:◀CONT▶
4	Frequency? 1:ON 2:OFF
1 SHIFT 1 2	STAT $\square$ X    FREQ

Procedemos a introducir todos los datos con sus frecuencias

1 . 4 7 5 = 1 . 5 2 5 = 1 . 5 7 5 =	STAT $\square$ X    FREQ 1 1.525 2 1.575
--	---

Seguimos introduciendo todas las marcas de clase hasta llegar a la última

1 . 7 7 5 =	STAT $\square$ X    FREQ 6 1.725 7 1.775
-------------	---

momento en el que pasamos a la columna de las frecuencias

▼ ▶	STAT $\square$ X    FREQ 1 1.475 2 1.525 3 1.575
-----	--

y procedemos a introducir las frecuencias de cada intervalo

9 = 1 4 = 2 8 = 3 6 = 1 5 = 4 = 2 =	STAT $\square$ X    FREQ 6 1.725 7 1.775 8 4 9 2
--	---

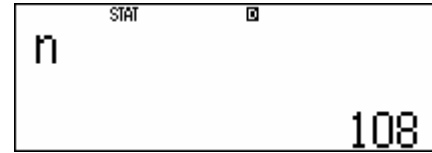
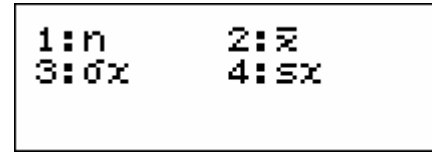
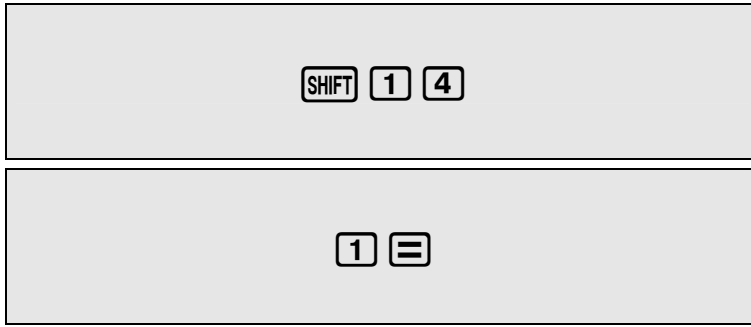


Recordamos que una vez introducidos todos los datos pulsamos **AC** para salir de la tabla y que ésta quede grabada en la máquina.

AC	STAT $\square$ 0
----	---------------------

Ahora procedemos a buscar las cuestiones que se nos piden y así poder contestar directamente a las preguntas.

**Tamaño de la muestra**



$n = 108$  alumnas

El tamaño de la muestra es de 108 alumnas

**Intervalos. Interpretación**

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

**(6)** Si una alumna mide **1.59 m**, ¿a qué intervalo pertenece?

$$I_i = [1.55 , 1.60)$$

**(7)** Si una alumna mide **1.70 m**, ¿a qué intervalo pertenece?

$$I_i = [1.70 , 1.75)$$

**(8)** ¿Cuántas alumnas miden entre **1.60 y 1.70 m** según figura en la tabla del enunciado?

$$36 + 15 = 51$$

$$n(x_i) = 51 \text{ alumnas}$$

**(9)** ¿Cuántas alumnas miden **menos** de 1.70 m? ¿Dónde viene expresado en la tabla y qué nombre recibe dicho lugar de la tabla?

$$N(x_i) = 102 \text{ alumnas. Frecuencia absoluta acumulada.}$$

**(10)** ¿Qué ocurre si el valor de la **frecuencia relativa acumulada** que obtenemos es igual a 1.05? Justifica la respuesta.

Lo que ocurre es que habremos realizado mal alguna operación, pues el valor máximo que se puede obtener en una frecuencia relativa es 1.

**(11)** ¿Qué **amplitud** tiene cada intervalo?

$$a_i =$$

$$= 0.05 \text{ metros} \rightarrow a_i = 5 \text{ cm}$$

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

(12) ¿Cuál es el **representante** de la segunda clase y qué nombre recibe?

$$x_i = 1.525$$

Recibe el nombre de marca de clase

(13) ¿Cuál es el extremo inferior del intervalo [1.60 , 1.65)?

1.60 metros

(14) ¿Por qué el intervalo [1.70 , 1.75) empieza por corchete [ y acaba por paréntesis )?

Las alumnas que miden 1.70 m pertenecen a dicho intervalo, mientras que las que midan 1.75 m NO estarían incluidas en dicho intervalo.

(15) ¿Cuál es la frecuencia relativa de las alumnas que miden entre 1.50 y 1.55 m? Exprésalo en porcentaje.

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

$$f(x_i) = 14/108 = 0.1296$$

→ 12.96%

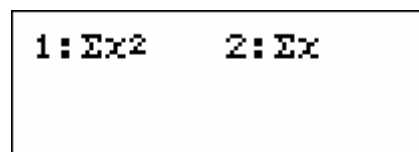
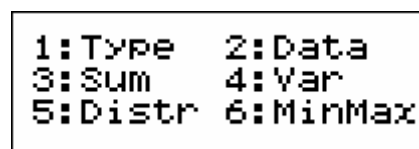
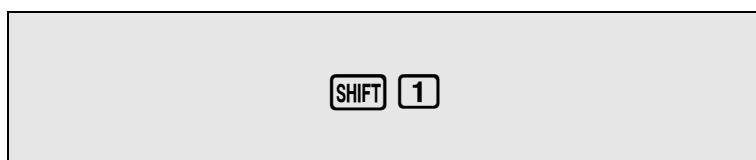
(16) ¿Cuál es la frecuencia relativa de las alumnas que miden menos de 1.70 m? Exprésala también en porcentaje.

$$F(x_i) = 102/108 = 0.9444$$

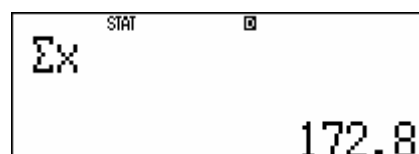
→ 94.44%

### La suma de todos los datos

(17) Si hiciésemos una cadena humana en la que todas las alumnas, dispuestas horizontalmente, se situasen una a continuación de otra, con los pies situados a continuación de la cabeza, ¿cuánto llegaría a medir esa cadena lineal?



$\Sigma x$  nos da la suma de todos los datos de la muestra



$\Sigma x = 172.8$  metros

### La media aritmética

(18) Calcula la media aritmética de la estatura de las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato. Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.



SHIFT 1

---

4

---

2 =

1:Type 2:Data  
3:Sum 4:Var  
5:Distr 6:MinMax

---

1:n 2: $\bar{x}$   
3: $\sigma_x$  4: $s_x$

---

STAT

$\bar{x}$

1.6

$$\bar{x} = 1.60 \text{ m}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{172.8}{108} = 1.6$$

Si queremos hacerlo directamente con la calculadora utilizando los parámetros y no sus valores, podemos teclear:

AC SHIFT 1 3 2 ÷ SHIFT 1 4 1 =

STAT

$\sum x \div n$

1.6

$$\bar{x} = 1.60 \text{ m}$$

**(19) INVESTIGACIÓN** Utilizando el valor de la media aritmética, propón un método para calcular el valor del  $\sum x$

$$\sum x =$$

$$n \cdot \bar{x} =$$

AC SHIFT 1 4 1 × SHIFT 1 4 2 =

STAT

$n \times \bar{x}$

172.8

### La moda. Interpretación

**(20)** A partir de la tabla, calcula algebraicamente el valor concreto del valor que aparece con más **frecuencia** dentro del intervalo e interpreta el resultado. ¿Cómo se llama este parámetro en Estadística?

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

La calculadora no nos muestra directamente la moda de un conjunto de datos. Para obtener el valor o los valores de la moda (en el caso de que sea multimodal) tendríamos que observar el o los valores máximos de la columna "FREQ" y seleccionar el valor de la columna "x" correspondiente.

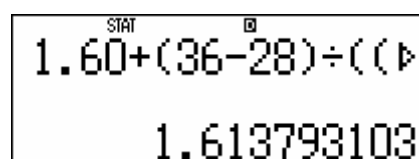
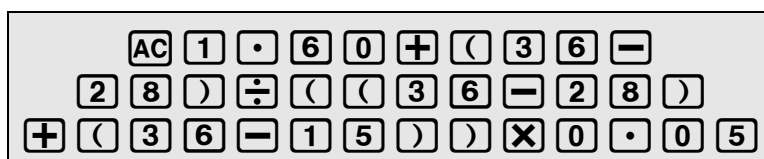
El intervalo de la moda es **[1.60, 1.65)**

Pero dentro de ese intervalo el valor concreto, de los muchos que se encuentran en dicho intervalo, lo podemos calcular por interpolación lineal, utilizando la siguiente expresión matemática:

$$Mo = l_i + \frac{n(x_i) - n(x_{i-1})}{(n(x_i) - n(x_{i-1})) + ((n(x_i) - n(x_{i+1})))} \cdot a_i =$$

$l_i$	Límite inferior de la clase considerada
$n(x_i)$	Frecuencia absoluta de la clase considerada
$n(x_{i-1})$	Frecuencia absoluta de la clase anterior a la considerada
$n(x_{i+1})$	Frecuencia absoluta de la clase posterior a la considerada
$a_i$	Amplitud de la clase considerada

$$= 1.60 + \frac{36 - 28}{(36 - 28) + (36 - 15)} \cdot 0.05 =$$



**Mo = 1.6138 metros**

**Interpretación:** Las alumnas de 1º de Bachillerato matriculadas en IES de Asturias con una altura de aproximadamente 1.61 m son las que aparecen con más frecuencia.

### La mediana. Interpretación

(21) A partir de la tabla, calcula algebraicamente el valor concreto de la mediana dentro del intervalo e interpreta el resultado.

La Mediana tiene una  $N(x_i)$  de  $\rightarrow \frac{108}{2} = 54$

$l_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
			$\Sigma = 108$	$\Sigma = 1$	

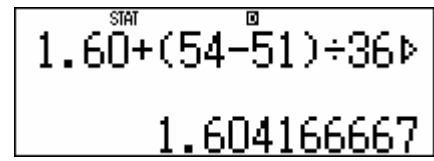
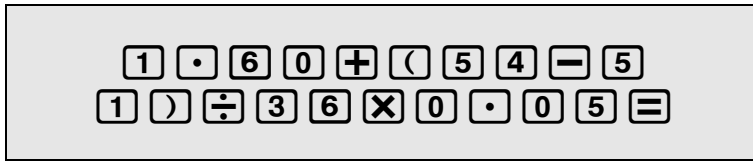
Observamos  $N(x_i)$  y vemos que el intervalo de la mediana es [1.60, 1.65)

La calculadora no nos muestra directamente la mediana de un conjunto de datos. Analizado el intervalo de la mediana, vemos que dentro de ese intervalo el valor concreto, de los muchos que se encuentran en el mismo, lo podemos calcular por interpolación lineal, utilizando la siguiente expresión matemática:

$$\text{Mediana} = l_i + \frac{\frac{N}{2} - N(x_{i-1})}{n(x_i)} \cdot a_i =$$

$l_i$	Límite inferior de la clase considerada
$N$	Número de datos
$n(x_i)$	Frecuencia absoluta de la clase considerada
$N(x_{i-1})$	Frecuencia absoluta acumulada de la clase anterior a la considerada
$a_i$	Amplitud de la clase considerada

$$= 1.60 + \frac{54 - 51}{36} \cdot 0.05 =$$



$$Me = 1.604$$

**Interpretación:** Si colocamos los datos ordenados, las alumnas que dejan a cada lado el mismo número de datos rondarían los 1.60 metros.

### Los cuartiles. Interpretación

(22) Calcula la estatura de las alumnas que están en el primer CUARTIL e interpreta el resultado.

$$\text{El primer cuartil tiene una } N(x_i) \text{ de } \rightarrow \frac{108}{4} = 27$$

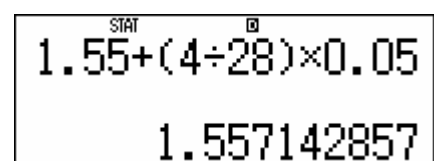
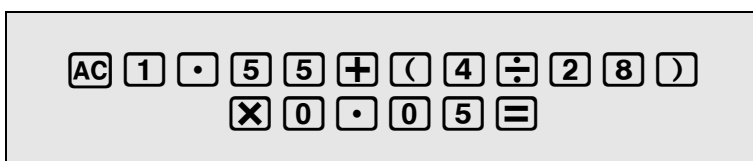
$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

Observamos  $N(x_i)$  y vemos que  $Q_1 \in [1.55, 1.60)$

Pero dentro de ese intervalo el valor concreto, de los muchos que se encuentran en dicho intervalo, lo podemos calcular por interpolación lineal, utilizando la expresión matemática:

$$Q_1 = I_i + \frac{\frac{N}{4} - N(x_{i-1})}{n(x_i)} \cdot a_i =$$

$$= 1.55 + \frac{27 - 23}{28} \cdot 0.05 =$$



$$Q_1 = 1.5571$$

**Interpretación:** Si colocamos los datos ordenados, las alumnas que dejan a la izquierda, al menos el 25% de los datos rondarían una altura de 1.5571 metros.

### Recorrido intercuartílico

(23) Calcula el recorrido intercuartílico de las alumnas estudiadas.

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

$$RI = Q_3 - Q_1$$

El tercer cuartil tiene una  $N(x_i)$  de  $\rightarrow \frac{3}{4} \cdot 108 = 81$

Observamos  $N(x_i)$  y vemos que  $Q_3 \in [1.60, 1.65)$

$$Q_3 = l_i + \frac{\frac{3N}{4} - N(x_{i-1})}{n(x_i)} \cdot a_i$$

$$Q_3 = 1.60 + \frac{81 - 51}{36} \cdot 0.05 = 1.642$$

**Recorrido intercuartílico**

$$RI = Q_3 - Q_1 = 1.642 - 1.571 = 0.113 \text{ m}$$

**Los percentiles. Interpretación**

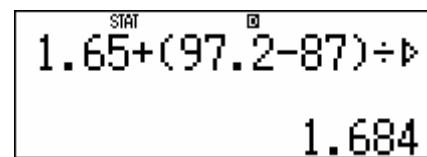
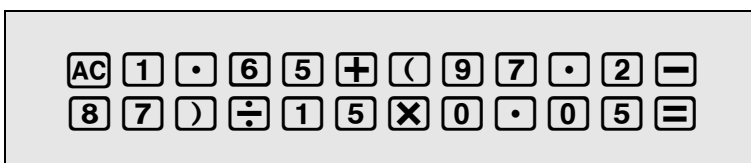
(24) Calcula la estatura de las alumnas que está en el percentil 90 e interpreta el resultado.

El percentil 90 tiene una  $N(x_i)$  de  $\frac{90}{100} \cdot 108 = 97.2$

$l_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45 , 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50 , 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55 , 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60 , 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65 , 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70 , 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75 , 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
$\Sigma = 108$				$\Sigma = 1$	

Observamos  $N(x_i)$  y vemos que  $P_{90} \in [1.65, 1.70)$

$$P_{90} = l_i + \frac{\frac{90N}{100} - N(x_{i-1})}{n(x_i)} \cdot a_i = 1.65 + \frac{97.2 - 87}{15} \cdot 0.05 =$$



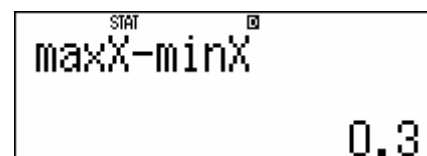
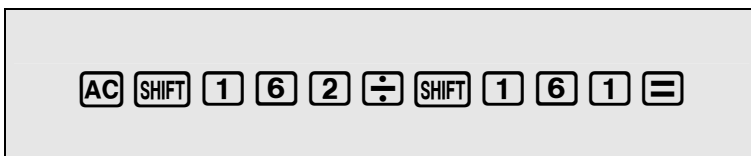
$$P_{90} = 1.684$$

**Interpretación:** Si colocamos los datos ordenados, las alumnas que dejan a la izquierda al menos el 90% de los datos rondarían una altura de 1.684 metros.

**El rango de la muestra. Interpretación**

(25) Calcula el **rango** de la muestra.

$$\text{Rango} = \text{Valor máximo} - \text{valor mínimo}$$



**Rango = 0.30 m**

Aunque la diferencia entre el valor máximo y mínimo de la muestra es de 35 cm

**(26)** ¿Ha salido el mismo valor del rango al utilizar los recursos de la calculadora o al hacerlo observando los datos de la distribución estadística? Explica lo observado.

No, pues al observar los datos generalmente tomamos como valor mínimo el límite inferior del primer intervalo y como máximo, el límite superior del último intervalo.

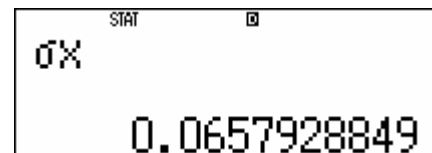
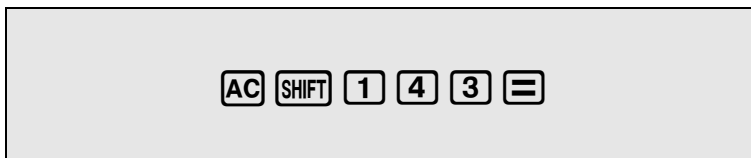
$$= 1.80 - 1.45 = \\ = 0.35 \text{ m}$$

Pero la calculadora lo hace tomando como valores mínimos y máximos a las marcas de clase de dichos intervalos.

$$= 1.775 - 1.525 = \\ = 0.30 \text{ m}$$

### La desviación típica. Interpretación

**(27)** Calcula la desviación típica de la estatura de las alumnas de la muestra. Haz un breve comentario del significado de dicho parámetro.



$$\sigma x = 0.0658 \text{ m}$$

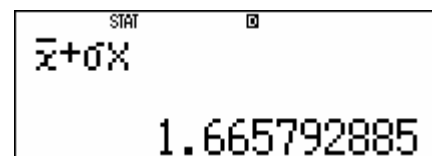
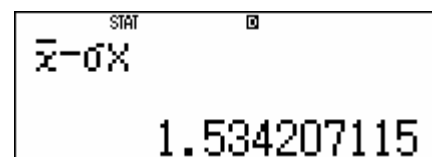
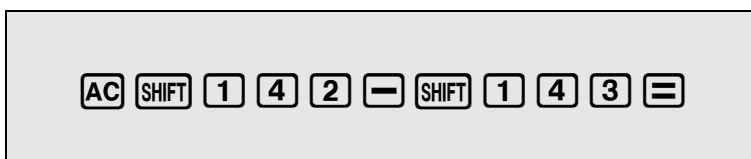
La desviación típica es un parámetro que se utiliza para evitar una pérdida considerable de información. Nos permitirá comprobar cuánto se separan y alejan los datos de la muestra con respecto a los valores medios que la caracterizan.

**Se desvían unos 6.58 cm de la media**

### Analizando el intervalo $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$

**(28)** ¿Qué porcentaje de personas de la muestra se encuentra realmente en el intervalo  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?

$$[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma] \\ (1.60 - 0.066, 1.60 + 0.066)$$



$$(1.534, 1.666)$$

$I_i$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$
[1.45, 1.50)	1.475	9	9	0.0833	0.0833
[1.50, 1.55)	1.525	14	23	0.1296	0.2129
[1.55, 1.60)	1.575	28	51	0.2592	0.4722
[1.60, 1.65)	1.625	36	87	0.3333	0.8055
[1.65, 1.70)	1.675	15	102	0.1388	0.9444
[1.70, 1.75)	1.725	4	106	0.0370	0.9814
[1.75, 1.80)	1.775	2	108	0.0185	1
		$\Sigma = 108$		$\Sigma = 1$	

$$\frac{28 + 36}{108} = \frac{64}{108} = 0.5925$$

$$\rightarrow 59.25\%$$

### Interpretación conjunta de la media aritmética y la desviación típica

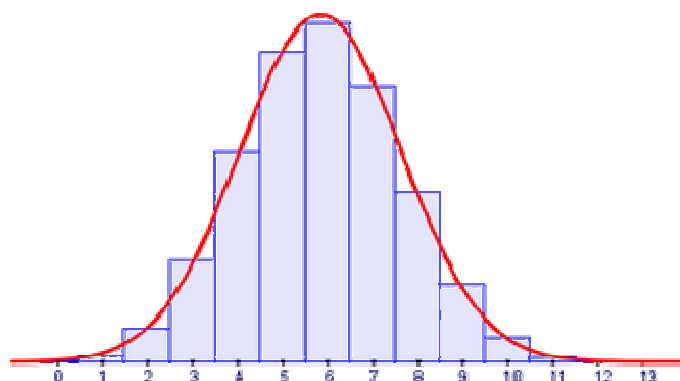
**(29)** Interpreta **conjuntamente** el **valor** de la media aritmética y la desviación típica de la muestra estudiada, utilizando los resultados obtenidos.

La estatura de las alumnas de la muestra de 1º de Bachillerato tiene una media aritmética de 1.60 metros, oscilando el 59.25% entre 1.534 y 1.666 metros.

### Poblaciones con un comportamiento normalizado

**(30)** Si se tratase de una población "**normalizada**", ¿qué porcentaje teórico de edades de las chicas de 1º de bachillerato de la muestra se esperaría para los siguientes intervalos?

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma), (\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \text{ y } (\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$$



En una distribución "normal" estos valores esperados son unos valores teóricos constantes:

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) \rightarrow \mathbf{68.27\%}$$

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \rightarrow \mathbf{95.45\%}$$

$$(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma) \rightarrow \mathbf{99.73\%}$$

### El coeficiente de variación. ¿Cuándo es adecuada su utilización?

**(31)** Calcula el **coeficiente de variación** de la distribución estudiada. Comenta previamente en qué momentos es un parámetro adecuado.

En muchas ocasiones queremos determinar la variabilidad de dos muestras y ver cuál es la más homogénea, pero vemos que:

(a) Las unidades de lo que estamos midiendo son **distintas**

(b) Las medias aritméticas son diferentes o muy diferentes.

Es el momento en el que el **COEFICIENTE DE VARIACIÓN (CV)** nos resulta de gran ayuda ya que la dispersión no puede determinarse exclusivamente a partir de la desviación típica (al ser la dispersión un valor relativo) y para hacer comparaciones hay que tener en cuenta la media de los datos.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} =$$

$$CV = \frac{0.066}{1.6} =$$

$$CV = 0.041 \rightarrow \mathbf{4.1\%}$$

Generalmente se expresa en porcentaje

Es un número abstracto, independiente de las unidades en que figuren expresados los valores de la variable. Cuanto más pequeño es el CV, los datos están más concentrados alrededor de la media.

**Las medidas de centralización que mejor representan una distribución**

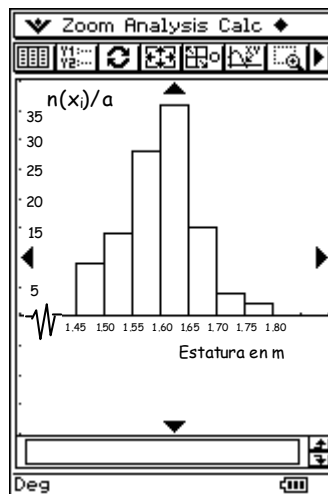
**(32)** ¿Cuál es la **medida de centralización** que mejor representa a esta distribución? Razona la respuesta.

En una muestra, si es bastante heterogénea ( $CV > 30\%$ ) se considera a la **MEDIANA** el parámetro más adecuado, pero si el  $CV \leq 30$ , se toma la media aritmética como la medida de centralización más representativa.

En el caso que nos ocupa se trata de una muestra bastante homogénea ( $CV = 4.1\%$ ) por lo que podremos considerar a la **media aritmética** como la medida de centralización más adecuada.

**Representación gráfica**

**(33)** Haz la representación gráfica más adecuada para esta distribución y di qué nombre recibe. Escribe el nombre de otros 5 tipos de representación gráfica estadística unidimensional.



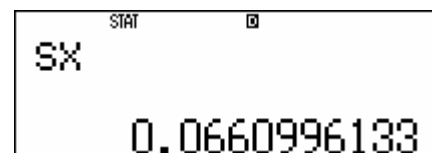
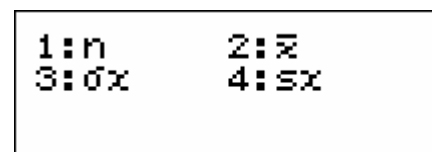
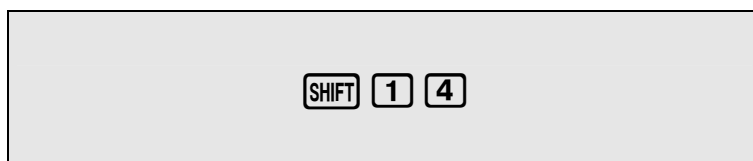
Al ser intervalos con igual amplitud, consideramos  $n(x_i)/a$  donde  $a = 1$

**A este tipo de representación gráfica se le denomina Histograma.**

También se podrían haber utilizado los diagrama de sectores, los pictogramas, los cartogramas, los polígono de frecuencias, etc.

**(34)** Calcula la desviación típica de la estatura de las alumnas que cursan estudios en Asturias en 1º de Bachillerato de Asturias (**AMPLIACIÓN**).

Como para calcularlo trabajamos con una muestra y queremos estimar la desviación típica de una población, utilizaremos la cuasidesviación típica:



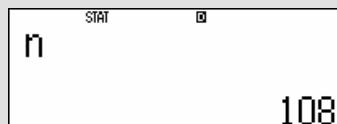
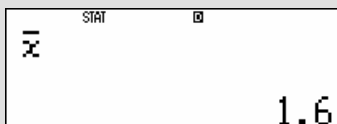
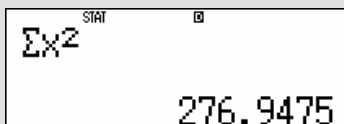
En el modelo 570 ES PLUS se utiliza la notación  $S_x$  para este parámetro pero en otros modelos la notación será  $\sigma_{n-1}$

$$S_x = 0.066 \text{ metros}$$

$$S_x = 6.6 \text{ centímetros}$$

NOTA: La cuasidesviación típica es una aproximación de la desviación muestral a la poblacional, aunque generalmente no la vamos a utilizar en niveles de ESO y 1º de Bachillerato, a no ser que estemos trabajando con inferencia. Es por ello que la colocamos como cuestión de **AMPLIACIÓN**.

(35) Si no conocieses la distribución de edades y te diesen exclusivamente las siguientes pantallas de la calculadora, ¿podrías calcular la desviación típica?



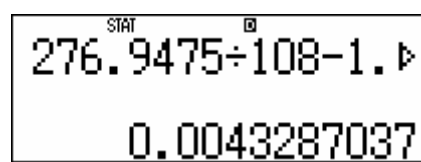
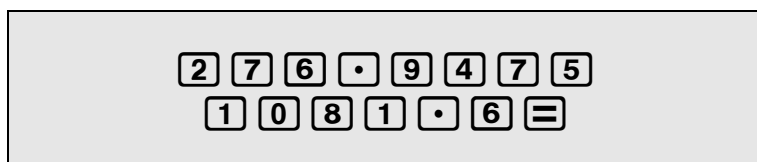
Varianza ( $\sigma^2$ )

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma x^2}{n} - \bar{x}^2$$

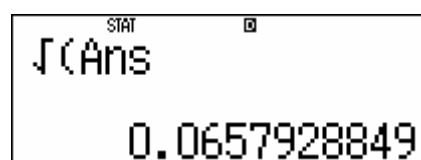
$$\sigma^2 = \frac{276.9475}{108} - 1.6^2$$

$$\sigma^2 = 0.0043287037$$



Desviación típica ( $\sigma$ )

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$



0.0658 metros

### Puntuaciones tipificadas

(36) Una chica que mide 1.48 m se encuentra un poco a disgusto con su estatura pues la media de su grupo (A) es 1.62, con una  $\sigma = 0.08$  m. Así que se compra unas "plataformas" de 5 cm, con tan mala fortuna que ese mismo día la cambian de grupo (B), de 1.66 m de media y  $\sigma = 0.12$  m. ¿En cuál de las 2 clases sería más alta con respecto al resto, en el A sin plataformas o en el B con plataformas?

La forma de comparar las alturas correspondientes a 2 distribuciones distintas es convirtiéndolas en **puntuaciones tipificadas** respecto de los 2 colectivos en que han sido tomadas y así los 2 colectivos tienen media 0 y desviación típica 1. Aunque este concepto corresponde a un tema posterior y no se entendería su concepto, al ser matemáticamente sencillo de calcular, pues la tipificación de cada puntuación se obtiene restando la media y dividiendo el resultado entre la desviación típica de su colectivo, pasamos a computarlo:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

Resolvamos el problema:

Grupo A

$$z_A = \frac{1.48 - 1.62}{0.08} =$$

$$= -1.75$$

Grupo B

$$z_B = \frac{1.53 - 1.66}{0.12} =$$

$$= -1.08$$



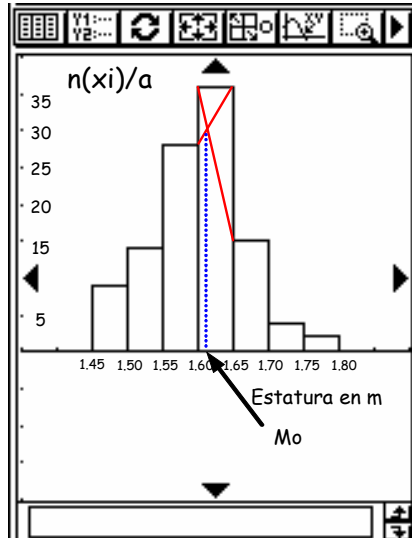
En el grupo B, aunque sean más altos, con las plataformas será más alta con respecto al resto pues la puntuación típica del grupo B es más alta que en el grupo A.

### CUESTIONES DE AMPLIACIÓN DE ESTA ACTIVIDAD

#### Determinación gráfica de la moda

(37) Calcula gráficamente el valor CONCRETO de la **moda** a partir del histograma correspondiente

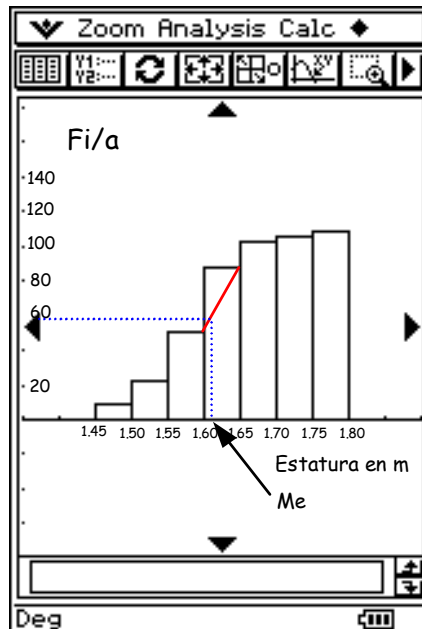
La moda se encuentra en el intervalo [1.60, 1.65)



**Mo = 1.61 m**

#### Determinación gráfica de la mediana

(38) Calcula gráficamente el valor CONCRETO de la **mediana** a partir del histograma correspondiente



Acabamos de ver que el intervalo de la mediana es [1.60, 1.65)

$$N/2 = 54$$

**Me = 1.604 m**

#### Dado un dato, ¿en qué percentil se encuentra?

(39) Si una alumna mide 1.76, ¿en qué percentil se encuentra? Interpreta el resultado.

Despejamos en  $P_x$

$$x = \frac{100 \cdot [(P_x - l_i) \cdot n(x_i) + a \cdot N(x_{i-1})]}{a \cdot N}$$

Si mide 1.76 estará en el intervalo [1.75, 1.80)

$$x = \frac{100 \cdot [(1.76 - 1.75) \cdot 2 + 0.05 \cdot 106]}{0.05 \cdot 108}$$

$$x = 98.51$$

Se encuentra en el  $P_{98}$

**Interpretación:** Esta alumna de 1.76 m supera en altura, al menos, al 98% de las alumnas.

**Determinación de la variable normalizada con la calculadora**

**(40)** Determina la variable normalizada de la distribución cuando  $x = 1.48$  y también  $P(t)$  en ese punto (**AMPLIACIÓN adecuada al acabar el todo bloque de estadística y repasar las variables unidimensionales**)

$$\bar{x} = 1.6$$

AC 1 . 4 8 SHIFT 1	1:Type 2:Data 3:Sum 4:Var 5:Distr 6:MinMax
5	1:P( 2:Q( 3:R( 4:▶t
4 =	STAT 0 1.48▶t -1.82390543
SHIFT 1 5	1:P( 2:Q( 3:R( 4:▶t
1 Ans =	STAT 0 P(Ans 0.034083

Variable normalizada: (▶t):

$$= -1.82390543$$

Esta función es precedida por el argumento X y determina la variable normalizada

$$X \blacktriangleright t = \frac{X - \bar{x}}{\sigma}$$

P (

$$= 0.034083$$

## ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 01

### METODOLOGÍA

– Tanto las clases teóricas como las prácticas (a través de la resolución y análisis de problemas) se imparten en el aula. No es necesario desplazarse al aula de informática o a otra sala específica del instituto.

– El trabajo se hará por parejas, disponiendo cada alumno de su calculadora habitual de trabajo, la 570ES Plus de CASIO. Uno de los miembros introducirá los datos del enunciado del equipo A y otro introducirá los del equipo B. Si bien se han de contestar a las cuestiones relativas a los dos equipos, cada uno aportará los suyos y se harán las reflexiones oportunas comparando resultados en los momentos señalados.

Para estudiar la edad los componentes de una liga de baloncesto se toman como muestras las distribuciones de las edades de dos equipos, expresadas en años: Equipo A: 33, 19, 23, 33, 19, 33, 25, 33, 19, 21, 21 y 47. Equipo B: 25, 27, 28, 30, 28, 28, 27, 26, 26, 27, 27 y 27.

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

(1) Resume, en dos tablas estadísticas, las edades de cada equipo.

Equipo A			Equipo B		
$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$
19	3	3	25	1	1
21	2	5	26	2	3
23	1	6	27	5	8
25	1	7	28	3	11
33	4	11	30	1	12
47	1	12			

- (2) ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?
- (3) Identifica qué tipo de variable estadística se trata. Razona la respuesta.
- (4) ¿Cuántos **integrantes** tiene cada una de las plantillas?
- (5) Completa las columnas  $N(x)$  de ambas tablas.
- (6) ¿Cuántos jugadores del equipo A tienen 25 años o menos y cuántos del equipo B? ¿Dónde viene expresado en la tabla y qué nombre recibe dicha columna?
- (7) ¿Cuánto **suman** las edades de cada una de las plantillas?
- (8) ¿Cuál es la **media aritmética** de la edad de cada equipo? Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.
- (9) ¿Cuál es la **mediana** de la edad de cada equipo? Interpreta el resultado.
- (10) ¿Cuál es la edad de cada conjunto que aparece con **más frecuencia**? ¿Cómo se llama este parámetro en Estadística?
- (11) ¿Cuál es la **desviación típica** de cada equipo? Haz un breve comentario del significado de dicho parámetro.
- (12) ¿Qué **porcentaje** de jugadores del equipo A está en el intervalo  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?
- (13) ¿Qué **porcentaje** de jugadores del equipo B está en el intervalo  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?
- (14) ¿Cuál de los dos equipos es más veterano?
- (15) Interpreta y analiza los resultados obtenidos en la media aritmética y desviación típica de ambos equipos, utilizando los datos obtenidos.
- (16) Si se tratase de una población "normalizada", ¿qué porcentaje teórico de edades de los jugadores de los equipos se esperaría para los siguientes intervalos?

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma), (\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \text{ y } (\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$$

(17) Si la familia de unos conocidos tiene un hijo y el pediatra le dice que se encuentra en el percentil 1 respecto a la altura de la población, ¿crees que será muy bajo, bajo, normal, alto o muy alto? Razona la respuesta.

(18) Calcula el **coeficiente de variación** de ambos equipos?

(19) ¿Cuál es la **medida de centralización** que mejor representa a cada uno de los equipos? Razona la respuesta.

(20) Realiza la gráfica que estimes más oportuna para representar las edades de cada equipo, señalando qué nombre recibe dicho tipo de gráfica.

(21) Si no conocieses la distribución de edades y te diesen exclusivamente estas tres pantallas de la calculadora:

$\Sigma x^2$ 9684	$\bar{x}$ 27.16666667	$n$ 12
----------------------	--------------------------	-----------

¿Podrías calcular la desviación típica?

(22) Cada uno de los dos equipos han fichado a un nueva estrella que, curiosamente, tiene 27 años. ¿En cuál de los equipos se considera más veterano?

## RESOLUCIÓN

Para estudiar la edad los componentes de una liga de baloncesto se toman como muestras las distribuciones de las edades de dos equipos, expresadas en años: Equipo A: 33, 19, 23, 33, 19, 33, 25, 33, 19, 21, 21 y 47. Equipo B: 25, 27, 28, 30, 28, 28, 27, 26, 26, 27, 27 y 27.

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

(1) Resume, en dos tablas estadísticas, las edades de cada equipo.



Equipo A		
$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$
19	3	3
21	2	5
23	1	6
25	1	7
33	4	11
47	1	12

Equipo B		
$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$
25	1	1
26	2	3
27	5	8
28	3	11
30	1	12



(2) ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?

$x_i$  Las edades de los integrantes de las plantillas de baloncesto

(3) Identifica qué tipo de variable estadística se trata. Razona la respuesta.

Es **discreta** ya que, en este caso, sólo puede tomar valores concretos enteros y también es **cuantitativa** ya que toma valores numéricos que son valores medibles.

(4) ¿Cuántos **integrantes** tiene cada una de las plantillas?

**Equipo A:** 12 jugadores  $\rightarrow n$  ; También se podría escribir  $\sum n(x_i)$

**Equipo B:** 12 jugadores  $\rightarrow n$  ; También se podría escribir  $\sum n(x_i)$

STAT	
$n$	12

STAT	
$n$	12

(5) Completa las columnas  $N(x)$  de ambas tablas.



Equipo A		
$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$
19	3	3
21	2	5
23	1	6
25	1	7
33	4	11
47	1	12

Equipo B		
$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$
25	1	1
26	2	3
27	5	8
28	3	11
30	1	12



(6) ¿Cuántos jugadores del equipo A tienen 25 años o menos y cuántos del equipo B? ¿Dónde viene expresado en la tabla y qué nombre recibe dicha columna?

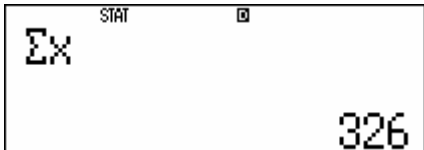

7 jugadores del equipo A y 1 jugador del equipo B

Viene expresado en la columna de las frecuencias absolutas acumuladas.

$$N_A(25) = 7$$

$$N_B(25) = 1$$

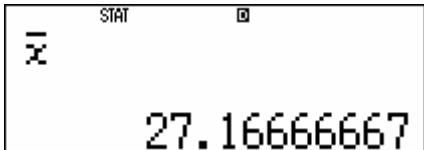
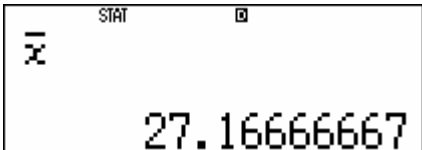
(7) ¿Cuánto **suman** las edades de cada una de las plantillas?

Equipo A	Equipo B
	

**Equipo A:** 326 años  $\rightarrow \Sigma x$  ; También se podría escribir  $\Sigma x_i \cdot n(x_i)$

**Equipo B:** 326 años  $\rightarrow \Sigma x$  ; También se podría escribir  $\Sigma x_i \cdot n(x_i)$

(8) ¿Cuál es la **media aritmética** de la edad de cada equipo? Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.

Equipo A	Equipo B
	

**Equipo A:**  $\bar{x} = 27.17$  años

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{326}{12} = 27.17 \text{ años}$$

**Equipo B:**  $\bar{x} = 27.17$  años

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{326}{12} = 27.17 \text{ años}$$

(9) ¿Cuál es la **mediana** de la edad de cada equipo? Interpreta el resultado.

**Equipo A**

Como el número de jugadores es número par (12), habrá 2 términos centrales. Para averiguar la mediana:

$$Me = \frac{12}{2} = 6 \rightarrow$$

Son el 6º y el 7º. Miramos la tabla de frecuencias acumuladas y vemos que:

**Me: 27 años**

**Equipo B**

$$Me = \frac{12}{2} = 6 \rightarrow$$

Son el 6º y el 7º. Miramos la tabla de frecuencias acumuladas y vemos que:

**Me: 23 y 25 años**

**INTERPRETACIÓN:** Si colocamos los datos ordenados, las edades de las plantillas que dejan a cada lado el mismo número de datos son, en el equipo A, 27 años, y en el equipo B, 23 y 25 años.


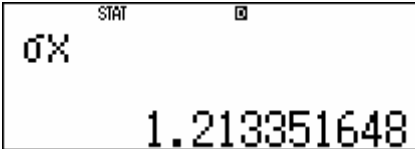
(10) ¿Cuál es la edad de cada conjunto que aparece con **más frecuencia**? ¿Cómo se llama este parámetro en Estadística?

El parámetro se denomina **moda**. La calculadora tampoco nos muestra directamente la moda de un conjunto de datos. Para obtener el valor o los valores de la moda (en el caso de que sea multimodal) tendríamos que observar el o los valores máximos de la columna "**FREQ**" y seleccionar el valor de la columna "x" correspondiente.

Mo (equipo A) = 33 años

Mo (equipo B) = 27 años

(11) ¿Cuál es la **desviación típica** de cada equipo? Haz un breve comentario del significado de dicho parámetro.

Equipo A	Equipo B
	

La desviación típica del [equipo A](#) es  $\sigma = 8.3049$  años

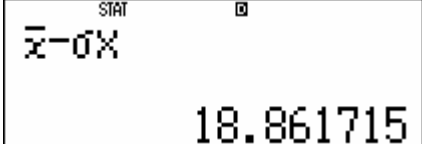
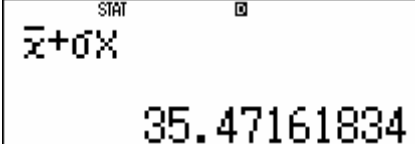
La desviación típica del [equipo B](#) es  $\sigma = 1.2333$  años

Es un parámetro que se utiliza para evitar una pérdida considerable de información. Nos permitirá comprobar cuánto se separan y alejan los datos de la muestra con respecto a los valores medios que la caracterizan.

(12) ¿Qué **porcentaje** de jugadores del equipo A está en el intervalo  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?

[Equipo A](#)

$[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$

	
---	--

[18.86, 35.47]

Jugadores del equipo A que pertenecen a este intervalo:



$$\frac{3 + 2 + 1 + 1 + 4}{12} = \frac{11}{12} = 0.9167$$

→ **91.67%**

(13) ¿Qué **porcentaje** de jugadores del equipo B está en el intervalo  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?

[Equipo B](#)

$[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$

	
---	--

[25.95, 28.38]

Jugadores del equipo B que pertenecen a este intervalo:

$$\frac{2 + 5 + 3}{12} = \frac{10}{12} = 0.83333$$

→ **83.33%**

(14) ¿Cuál de los dos equipos es más veterano?

Si atendemos a la media aritmética diremos que son igual de veteranos pues tienen el mismo valor, aunque el equipo A es mucho más heterogéneo.

(15) Interpreta y analiza los resultados obtenidos en la media aritmética y desviación típica de ambos equipos, utilizando los datos obtenidos.

El **equipo A** tiene una media de 27.17 años, oscilando el 91.67% entre los 18.86 y los 35.47 años.

El **equipo B** tiene una media de 27.17 años, oscilando el 83.33% entre los 25.95 y los 28.38 años.

(16) Si se tratase de una población "normalizada", ¿qué porcentaje teórico de edades de los jugadores de los equipos se esperaría para los siguientes intervalos?

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma), (\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \text{ y } (\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$$

En una distribución "normal" estos son unos valores teóricos constantes:

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) \rightarrow \mathbf{68.27\%}$$

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \rightarrow \mathbf{95.45\%}$$

$$(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma) \rightarrow \mathbf{99.73\%}$$

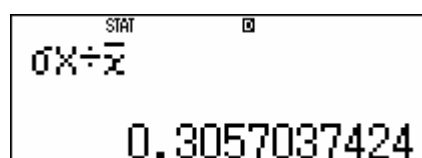
(17) Si la familia de unos conocidos tiene un hijo y el pediatra le dice que se encuentra en el percentil 1 respecto a la altura de la población, ¿crees que será muy bajo, bajo, normal, alto o muy alto? Razona la respuesta.

**Es muy bajo**, pues si tuviésemos 100 niños, representantes de la población, colocados en orden de estatura creciente, el percentil 1 ( $P_1$ ) sería el 1º de los 100, es decir el más bajo.

(18) Calcula el **coeficiente de variación** de ambos equipos?

Equipo A

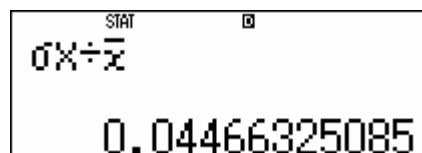
$$CV = \frac{\sigma_A}{\bar{x}}$$



$$CV = \mathbf{30.57\%}$$

Equipo B

$$CV = \frac{\sigma_B}{\bar{x}}$$



$$CV = \mathbf{4.46\%}$$

(19) ¿Cuál es la **medida de centralización** que mejor representa a cada uno de los equipos? Razona la respuesta.

En una muestra, si es bastante heterogénea ( $CV > 30\%$ ) se considera a la MEDIANA el parámetro más adecuado, pero si el  $CV \leq 30$ , se toma la media aritmética como la medida de centralización más representativa.

Por lo tanto, en el equipo A, como  $CV > 30\%$

La medida más representativa es la mediana

$$Me = \frac{23 + 25}{2} = \mathbf{24 \text{ años}}$$

Por lo tanto, en el Equipo B, como  $CV < 30\%$

La medida más representativa es la media aritmética:

$$\mathbf{27.17 \text{ años}}$$

(20) Realiza la gráfica que estimes más oportuna para representar las edades de cada equipo, señalando qué nombre recibe dicho tipo de gráfica.

Una de las representaciones más adecuadas es el diagrama de barras. Esto lo podríamos hacer con una calculadora gráfica o con lápiz y papel en el aula.

(21) Si no conocieses la distribución de edades y te diesen exclusivamente estas tres pantallas de la calculadora:



STAT <input type="checkbox"/>	STAT <input type="checkbox"/>	STAT <input type="checkbox"/>
$\Sigma X^2$	$\bar{x}$	$n$
9684	27.16666667	12

¿Podrías calcular la desviación típica?

**Varianza ( $\sigma^2$ )**

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma X^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\sigma^2 = \frac{9684}{12} - 27.166667^2$$

$$\sigma^2 = 68.9722$$

**Desviación típica ( $\sigma$ )**

$$\sigma = \pm \sqrt{\sigma^2}$$

$$\pm 8.3049 \text{ años}$$

**(22)** Cada uno de los dos equipos han fichado a un nueva estrella que, curiosamente, tiene 27 años. ¿En cuál de los equipos se considera más veterano?

Para poder comparar los datos correspondientes a 2 distribuciones distintas, vamos a estudiar las puntuaciones típicas ( $z$ ).

Para tipificar los valores se sustituye en la expresión:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

Resolvamos el problema:

**Grupo A**

$$z_A = \frac{27 - 27.17}{8.3049} = -0.02007$$

STAT <input type="checkbox"/>
$(27 - \bar{x}) \div \sigma$
-0.02006834878

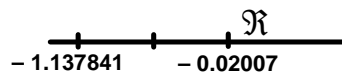
$$z_A = -0.02007$$

**Grupo B**

$$z_B = \frac{27 - 27.17}{1.2333} = -1.37841$$

STAT <input type="checkbox"/>
$(27 - \bar{x}) \div \sigma$
-0.1373605639

$$z_B = -1.137841$$



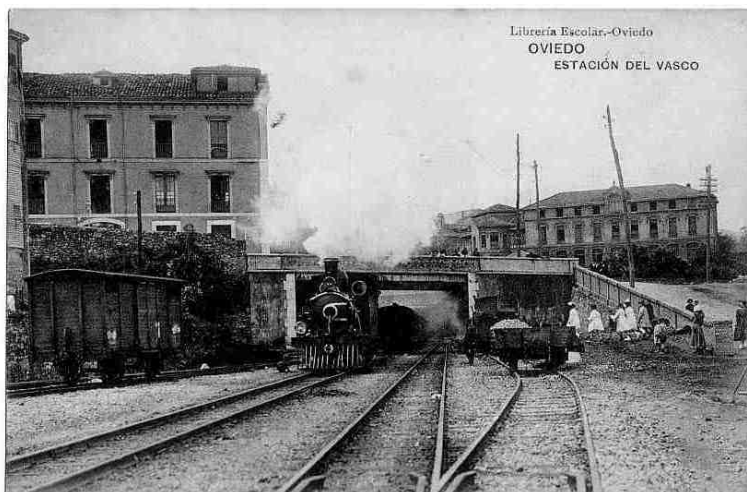
Curiosamente sería más veterano en el A con respecto al resto pues la puntuación típica del grupo A es más alta que en el grupo B, ya que:

$$-0.02007 > -1.137841$$

## ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 02

### METODOLOGÍA

- El trabajo se hará por parejas, disponiendo cada alumno de su calculadora habitual de trabajo. Solo se entrega un "trabajo" por pareja.
- Calculadora de trabajo recomendada: 570ES Plus de CASIO o 991ES Plus de CASIO.
- Se pueden utilizar las notas y apuntes de clase.

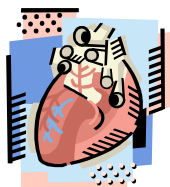


En una línea de trenes se ha registrado el número diario de viajeros (expresado en miles) que la han utilizado en el último mes, obteniéndose la siguiente información:

Nº de viajeros	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10)	[10, 12)	[12, 14)
Nº de días	2	3	6	5	5	15	3

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

- (1) ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?
- (2) Identifica qué tipo de variable estadística se trata. Razona la respuesta.
- (3) ¿Cuál es el número diario medio de viajeros?
- (4) ¿Cuántos viajeros han tomado el autobús en dicha línea este mes?
- (5) ¿Cuántos días tenía el mes estudiado?
- (6) Si el precio del billete fue de 1.1 euros, calcula la recaudación mensual.
- (7) ¿Cuál es el número concreto diario de viajeros esperado con más frecuencia?
- (8) Calcula la desviación típica del número diario medio de viajeros.
- (9) Interpreta y analiza los resultados obtenidos en la media aritmética y desviación típica del número diario medio de viajeros, utilizando los datos obtenidos.
- (10) ¿Es la media aritmética la mejor medida de centralización? Razona la respuesta
- (11) En caso de ser otra, busca su valor y explica el resultado obtenido.
- (12) Si a la línea de viajeros la subvenciona cuando se tiene el 20% de menor afluencia de viajeros, ¿cuántos viajeros tiene que tener para recibir tal subvención?
- (13) Si otra línea tiene una media de viajeros de 65978 y una desviación típica de 1315 viajeros. Cuando haya 4000 viajeros en cada línea, ¿en cual de las dos líneas se considera que hay mejores resultados?
- (14) ¿Cuál es el tipo de representación gráfica más adecuado para esta distribución del enunciado? Representala de dicha forma.



### ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 03

Se ha estudiado la distribución de albúmina total circulante en sangre de los españoles (expresada en gramos) tomando 60 personas normales, comprendidas entre los 20 y los 30 años, obteniéndose los siguientes resultados:

151, 131, 101, 102, 111.5, 141, 103.5, 122, 124, 108, 131, 109, 110, 118, 113, 141, 117, 113, 115, 119, 120, 111, 113, 114, 115, 121, 121, 121, 141, 125, 123, 130, 125, 124, 123, 129, 127, 125, 131, 131, 131, 135, 157, 137, 132, 134, 135, 133, 139, 140, 141, 149, 147, 145, 149, 150, 141, 156, 153, 155.

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

(1) Resume en una **tablas estadísticas**, la distribución de albúmina total circulante en sangre de los españoles (expresada en gramos), de forma que aparezcan también las frecuencias absolutas acumuladas, frecuencias relativas y frecuencias relativas acumuladas. Completa la siguiente tabla.



- (2) ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?
- (3) Identifica qué **tipo** de variable estadística se trata. Razona la respuesta.
- (4) ¿Cuál es la **población** en este estudio?
- (5) ¿Cuántos **datos** se han analizado en la muestra?
- (6) Si una persona tiene 148 gramos de albúmina en la sangre, ¿a qué **intervalo** pertenece?
- (7) Si una persona tiene 150 gramos de albúmina en la sangre, ¿a qué **intervalo** pertenece?
- (8) ¿Cuántas personas tienen entre 120 y 140 gramos de albúmina según la tabla que has diseñado?
- (9) ¿Cuántas personas tienen **140** gramos de albúmina o menos? ¿Dónde viene expresado en la tabla y qué nombre recibe dicha columna?
- (10) ¿Qué **amplitud** tiene cada intervalo?
- (11) ¿Cuál es el **representante** de la segunda clase y qué nombre recibe?
- (12) ¿Cuál es el **extremo superior** del intervalo (120 , 130]?
- (13) ¿Por qué el intervalo (130 , 140] empieza por **paréntesis** y acaba por **corchete**?
- (14) ¿Cuál es la **frecuencia relativa** de personas que tienen entre 150 y 160 gramos de albúmina en sangre? Exprésala también en porcentaje.
- (15) ¿Cuál es la **frecuencia relativa** de personas que tienen menos de 150 gramos de albúmina en sangre? Exprésala también en porcentaje.
- (16) ¿Cuál es la **suma** total de los gramos de albúmina circulante en sangre de todos los individuos analizados?
- (17) Calcula la media aritmética de la cantidad de albúmina circulante en sangre. Además de averiguarlo directamente con la calculadora, utiliza la fórmula matemática adecuada.
- (18) A partir de la tabla, calcula algebraicamente el valor concreto del valor que aparece con más frecuencia e interpreta el resultado. ¿Cómo se llama este parámetro en Estadística?
- (19) A partir de la tabla, calcula la **mediana** de la edad de cada equipo. Interpreta el resultado.

(20) Calcula la cantidad de albúmina que está en el **primer CUARTIL** e interpreta el resultado.

(21) Calcula la cantidad de albúmina que está en el **percentil 90** de la población e interpreta el resultado.

(22) Calcula la **desviación típica** de la albúmina circulante en sangre de los españoles (**AMPLIACIÓN**)

(23) Calcula la **desviación típica** de la albúmina circulante en sangre de la muestra estudiada. Haz un breve comentario del significado de dicho parámetro.

(24) ¿Qué porcentaje de personas de la muestra se encuentra realmente está en el **intervalo**  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?

(25) Interpreta **conjuntamente** el **valor** de la media aritmética y la desviación típica de la muestra estudiada, utilizando los datos obtenidos.

(26) Si se tratase de una población "**normalizada**", ¿qué porcentaje teórico de edades de los jugadores de los equipos se esperaría para los siguientes intervalos?

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma), (\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \text{ y } (\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$$

(27) Calcula el **coeficiente** de **variación** de la distribución estudiada.

(28) ¿Cuál es la **medida de centralización** que mejor representa a esta distribución? Razona la respuesta? Razona la respuesta.

(29) Calcula el **rango** de la muestra.

(30) Realiza la **gráfica** que estimes más oportuna para representar esta distribución, señalando qué **nombre** recibe dicho tipo de gráfica.

(31) Si no conocieses la distribución de edades y te diesen exclusivamente estas tres pantallas de la calculadora:

STAT <span style="float: right;"> </span> $\Sigma x^2$  1010900	STAT <span style="float: right;"> </span> $\bar{x}$  129	STAT <span style="float: right;"> </span> n  60
--	---	--

¿Podrías calcular la desviación típica?

(32) Un individuo tiene una concentración de 2 compuestos de su sangre:

En el primero tiene 8.5 gr/l, mientras que la media de la población es de 7.5gr/l, con una desviación típica de  $\sigma = 1.9$  gr/l.

En el segundo tiene 7 gr/l, mientras que la media de la población es de un 5.9 gr/l, con una desviación típica de  $\sigma = 2$  gr/l.

¿Cuál de las 2 concentraciones es mayor respecto al resto? Justifica la respuesta.

#### **ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 04**



Un viajante tiene, a lo largo del año, un consumo mensual de gasolina (expresado en cientos) según indica la siguiente tabla:

Meses	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jul	Agos	Set	Oct	Nov	Dic
Litros de gasolina	12.7	10.25	7.3	5.2	7.3	7.9	4.05	7.2	8.6	12.2	14.5

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

- (1) ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?
- (2) Identifica qué tipo de variable estadística se trata. Razona la respuesta.
- (3) ¿Cuántos meses trabajó?
- (4) ¿Cuál es la media de litros consumidos mensualmente?
- (5) ¿Cuántos litros de gasolina consumió a lo largo del año?
- (6) Si el litro de gasolina tuvo un precio medio a lo largo del año de 0.81 euros, ¿cuánto se estima que gastará de media al mes?
- (7) ¿Cuál es el mes que más gasta? ¿Cómo se llama este parámetro en Estadística?
- (8) Calcula la desviación típica del gasto de gasolina a lo largo del año.
- (9) Interpreta y analiza los resultados obtenidos en la media aritmética y desviación típica del gasto de gasolina, utilizando los datos obtenidos.
- (10) Calcula el valor de la mediana del gasto de gasolina.
- (11) ¿Es la media aritmética la mejor medida de centralización? En caso de ser otra, busca su valor y explica el resultado.
- (12) ¿Cuál es el tipo de representación gráfica más adecuado para esta distribución? Representalo de esta forma.

### ACTIVIDAD DE CONSOLIDACIÓN 05

Marta ha obtenido las siguientes calificaciones a lo largo del curso en la asignatura de Matemáticas:

5.8, 3.1, 0.75, 2.75, 6, 4.5, 5.3, 5.1, 0.85, 1.7,  
1.75, 2.25, 3.8, 7.2, 5.3, 7.2, 5.2, 8.2, 9

El profesor, conocido por su inflexibilidad, dejó claro al principio de curso que se guiaría por la media aritmética de las notas y que sólo con una nota mayor o igual que 5 puntos, daría por aprobada la asignatura.

- (a) ¿Aprobó Marta Matemáticas?
- (b) Sabemos que Marta está realizando un recurso ante la nota propuesta por el profesor. Si los últimos temas fueron de Estadística, ¿crees que sus posibilidades aumentarán de alguna manera?
- (c) **ULTIMA NOTICIA:** ¡Marta aprobó Matemáticas! ¿En qué crees que basó el recurso que presentó a su profesor?

### PROPUESTAS DE ACTIVIDADES INDAGATORIAS TIPO TEST

**01. (0.1 puntos)** En una **variable estadística discreta cuantitativa**, ¿cuál de las siguientes representaciones gráficas es la más indicada?

- Histograma.
- Diagrama de sectores.
- Diagrama de barras.
- Pictogramas.
- Cartogramas.

**02. (0.1 puntos)** En una **variable estadística continua** con gran número de datos y que se han agrupado en clases, ¿cuál de las siguientes representaciones gráficas es la más indicada?

- Histograma.
- Diagrama de sectores.
- Diagrama de barras.
- Pictogramas.
- Cartogramas.
- Ninguna de las anteriores.

**03. (0.9 puntos)** Dada la siguiente tabla donde podemos apreciar el número de miembros por familia con sus frecuencias, responde a las cuestiones que se plantean

$x_i$	$n(x_i)$	$N(x_i)$	$f(x_i)$	$F(x_i)$	$x_i \cdot n(x_i)$
2	3	3	0.05	0.05	6
3	9	12	0.15	0.20	27
4	16	28	0.27	0.47	64
5	10	38	0.17	0.64	50
6	11	49	0.18	0.82	66
7	7	56	0.12	0.94	49
8	4	60	0.06	1.00	32
$\Sigma n(x_i) = 60$			$\Sigma f(x_i) = 1$		$\Sigma x_i \cdot n(x_i) = 294$

NOTA: Alguna cuestión puede tener 2 soluciones

**3a.** ¿Cuántas familias tienen sólo 1 miembro?

- 3    2    1    0

**3b.** ¿Cuántas familias tienen 3 miembros?

- 2    9    3    0

**3c.** ¿Cuántas familias tienen 6 o menos miembros?

- 11    7    49    0.18

**3d.** Hay un 12% de familias que tienen exactamente...

- 3 miembros    9 miembros    7 miembros    menos de 3 miembros

**3e.** ¿Dónde se expresa, en la tabla, el número total de observaciones que realizamos?

- $\Sigma n(x_i)$      $\Sigma f(x_i)$      $\Sigma x_i \cdot n(x_i)$     En la última celda de  $N(x_i)$

**3f.** ¿Qué porcentaje de familias tienen menos de 4 miembros?

- 0.47    20    47    64

**3g.** ¿Cuál es el máximo valor que puede tomar una frecuencia relativa?

- 1    100%    60    Depende del enunciado del problema

**3h.** ¿Cuántos individuos se han estudiado en el problema?

- 100    24    60    No lo especifica

**3i. (0.1 puntos)** ¿Cuál es la forma más indicada para representar gráficamente esta tabla?

- Histograma.  
 Diagrama de sectores.  
 Diagrama de barras.  
 Pictogramas.

**4.- (0.5 puntos)** Para comparar la variabilidad relativa de la tensión arterial diastólica de una serie de individuos y la de su edad, usamos:

- Las desviaciones típicas.  
 Los coeficientes de variación.  
 Los rangos.  
 Las varianzas.  
 Las desviaciones medias.

## EVALUACIÓN DE LA UNIDAD



# ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL.



## INSTRUCCIONES

- (1) Las respuestas han de ser razonadas, y se valorarán los procedimientos de resolución.
- (2) En esta prueba se recomienda la calculadora.
- (3) Cuida la presentación.
- (4) Tiempo máximo: 55 minutos.

## SUGERENCIAS

- (1) Lee atentamente los enunciados varias veces.
- (2) Dedicar tiempo a pensar, para luego poder plantear, escoger la estrategia adecuada, resolver y analizar críticamente los resultados.
- (3) Comprueba siempre los resultados para ver si contestas a lo que se te pregunta.

## CUESTIONES

Se ha determinado el peso de unos niños recién nacidos normales de dos hospitales situados en diferentes naciones, obteniéndose unos resultados que, tras agruparlos, nos dan las siguientes distribuciones:

HOSPITAL A	
Peso (Kg).	Frecuencia
[2.15 – 2.55)	2
[2.55 – 2.95)	8
[2.95 – 3.35)	25
[3.35 – 3.75)	9
[3.75 – 4.15)	3
[4.15 – 4.55)	2

HOSPITAL B	
Peso (Kg).	Frecuencia
[2.15 – 2.55)	2
[2.55 – 2.95)	7
[2.95 – 3.35)	18
[3.35 – 3.75)	12
[3.75 – 4.15)	6
[4.15 – 4.55)	3

Responde a las siguientes cuestiones, especificando qué **símbolo matemático** se utiliza en cada una de ellas.

- (1) (1 punto) ¿Cuál es la **variable estadística** estudiada?
- (2) (1 punto) Identifica qué tipo de variable estadística se trata. Razona la respuesta.
- (3) (2 puntos) ¿Cuál es el número de recién nacidos en cada hospital?
- (4) (2 puntos) ¿Cuál es el peso total de los recién nacidos en cada hospital?
- (5) (3 puntos) ¿Cuál es el peso medio de recién nacidos en cada hospital? ¿Se podría decir que existe alguna diferencia?
- (6) (3 puntos) ¿Cuál es el tipo de peso más frecuente en cada hospital? Da un valor concreto y no un intervalo.
- (7) (3 puntos) Calcula la desviación típica de cada hospital.
- (8) (3 puntos) Averigua qué porcentaje de recién nacidos en cada hospital se encuentran en el intervalo  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ ?
- (9) (6 puntos) Interpreta y analiza los resultados obtenidos en la media aritmética y desviación típica de ambos hospitales, utilizando los datos obtenidos.
- (10) (3 puntos) Calcula el valor concreto de la mediana en cada uno de los dos hospitales. Da un valor concreto y no un intervalo.
- (11) (4 puntos) Escoge la medida de dispersión y de centralización que consideres más adecuada para analizar y comentar la estructura de cada hospital. Razona el por qué de esta decisión.
- (12) (4 puntos) Si el Ministerio donde se encuentra el Hospital A concede una ayuda sólo para el 10% de los niños y se atendiera por niños de mayor a menor peso, ¿qué niños tendrían derecho a esa ayuda?
- (13) (2 puntos) Si el coeficiente de variación de otro hospital C es de 0.1, ¿cual de los tres hospitales pueden ajustar mejor sus previsiones en base al diferente peso de los recién nacidos?
- (14) (4 puntos) Un niño que pese 3 kg 300 g, ¿en qué hospital se considerará que es más pesado?

**TOTAL: 41 PUNTOS**