

El darrer Teorema de Fermat, una història apassionant...

Durant al segona meitat de la pel·lícula es diu que un matemàtic ha aconseguit demostrar el Darrer Teorema de Bormat's, un Teorema que portava més de 300 anys sense aconseguir ser demostrat. La història està basada en el **Darrer Teorema de Fermat**, que sí existeix. A continuació tens la verdadera història matemàtica en la qual es basa aquest fragment de pel·lícula.

Un dels teoremes més coneguts és el teorema de Pitàgores. Aquest teorema assegura que un triangle és rectangle si, i només si, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets. Si anomenam a el valor de la hipotenusa i b i c els valors dels catets, ho podem resumir en:

Un triangle és rectangle si, i només si, $a^2 = b^2 + c^2$

Per exemple, el triangle de catets 3 i 4 cm i hipotenusa 5 cm és rectangle perquè es compleix que $5^2 = 4^2 + 3^2$, és a dir, es compleix que $25 = 16 + 9$.

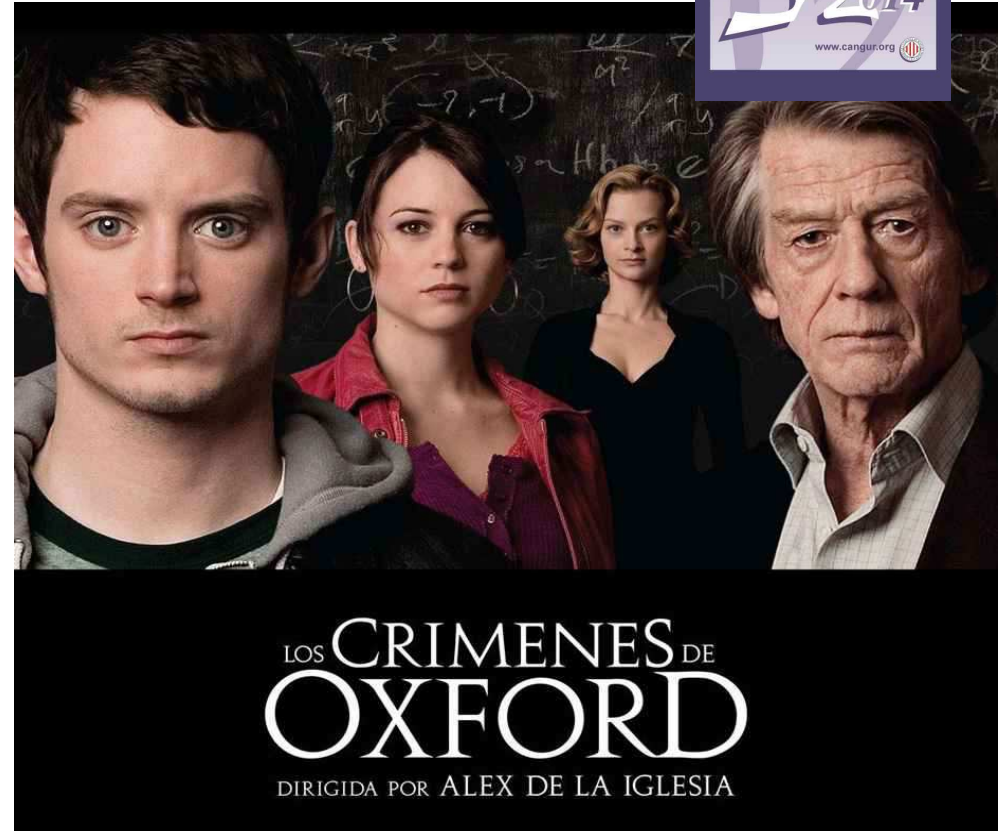
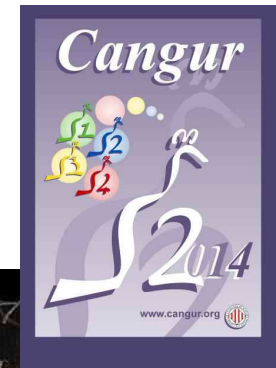
Com sabem, la imaginació i les ganes de saber dels matemàtics no té fi i molt prest es van començar a preguntar si podrien trobar tres nombres (com abans hem trobat el 3, el 4 i el 5) que complissin $a^3 = b^3 + c^3$, i, més en general, si existeix cap solució a l'equació $a^n = b^n + c^n$ per algun nombre natural, n, major que 2, si a, b i c són enters positius.

El darrer teorema de Fermat assegura que no es podrà trobar cap tripleta (a, b, c) de nombres que compleixin la igualtat anterior si n és major que 2 (recordem que hem vist que per 2 sí que és possible). Aquest teorema s'anomena teorema de Fermat perquè va ser conjecturat (enunciat, però no demostrat) pel matemàtic Pierre de Fermat l'any 1637. Aquest espavilat matemàtic va escriure al marge d'un llibre: "És impossible descompondre un cub en dos cubs, un biquadrat en dos biquadrats i, en general, una potència qualsevol, a banda del quadrat, en dues potències del mateix exponent. He trobat una demostració realment admirable, però el marge d'aquest llibre és molt petit per escriure-la". Aquesta demostració no ha aparegut mai i no se sap si el matemàtic la tenia, si s'havia equivocat en la demostració o si, simplement, era un fanfarronada! Fos com fos, aquesta famosa frase va ser el tret de sortida perquè matemàtics de la talla d'Euler, Sophie Germain, Legendre, Lagrange, Gauss, Lamé, Ernst Kummer i Dirichlet, entre d'altres, intentessin demostrar-la, però cap d'ells se'n sortí.

*Per sort, quan tenia deu anys, un petit jove anomenat Andrew Wiles (1953) va llegir en un llibre de matemàtica popular la conjectura i amb les matemàtiques que sabia la va intentar demostrar. El temps va anar passant i Andrew Wiles es va graduar en Matemàtiques a **Oxford** i va fer el doctorat a Cambridge. L'any 1986 va decidir definitivament posar-se a treballar amb l'objectiu únic de "tombar" la demostració que havia aguantat els assalts de les ments més grans fins al moment. Durant set anys es va dedicar a treballar de forma obsessiva en la demostració i pràcticament en solitari, ja que era un teorema conegut i altres matemàtics també volien trobar-ne la demostració. Malauradament, el 8 de març de 1988 Wiles va llegir que el japonès Yoichi Miyaoka l'havia trobat abans que ell! Per sort, un parell de mesos després es va trobar un error en la demostració. Wiles podia seguir treballant. Així, el dia 23 de juny de 1993 va arribar al cim de la seva muntanya personal: havia demostrat el teorema de Fermat! Però, de nou cap al setembre del 1993 es va trobar un error en la demostració que la invalidava. Set anys de feina no havien servit per a res. Però finalment, i després d'estar a punt de tirar la tovallola per sempre, el dia 19 de setembre de 1994 va dir a la seva dona: "Ho tinc. Crec que ho tinc. Ho he trobat!". I aquesta vegada va ser cert, **després de vuit anys de treball intens, dur, solitari i incansable**, aquell matemàtic que als deu anys havia començat a somiar ho havia aconseguit. **Havia demostrat un teorema que aguantava inexpugnable més de 300 anys!***

PROVES CANGUR 2014

IES Josep M^a Quadrado
IES M. Àngels Cardona
Ciutadella de Menorca
20 de Març de 2014



Títol: Los crímenes de Oxford. **Direcció:** Àlex de la Iglesia. **Guió:** Àlex de la Iglesia, Jorge Guerricaechevarría (basat en la novel·la de Guillermo Martínez que porta el mateix nom). **Actors:** Elijah Wood (Martin), John Hurt (Seldom), Leonor Watling (Lorna), Julie Cox (Beth). **Any:** 2007. Espanya - França - Regne Unit.

Argument: En Martin, un estudiant nordamericà, arriba a la Universitat d'Oxford amb el propòsit de que Seldom, un prestigiós professor de Lògica, dirigeixi la seva tesi doctoral. La seva relació comença amb un enfrontament ideològic. Després, ambdós descobreixen l'assassinat de Mrs. Eagleton. La sospita de que pot ser el primer d'una sèrie de crims els porta a investigar junts les pautes de l'assassí, les seves motivacions i la manera de tallar la sèrie. Això donarà peu a que alumne i professor puguin contrastar les seves idees filosòfiques i científiques. (José M^a Sorando al bloc *Matemáticas en tu mundo*)

Unes quantes sèries per començar...

Com es comenta a la pel·lícula, qualsevol sèrie numèrica pot ser continuada per qualsevol terme. Per tant, totes aquelles qüestions que plantegen al lector trobar el següent element d'una sèrie no tenen massa sentit perquè qualsevol element podria continuar-la.

Per exemple, com continuaries la sèrie: **2, 4, 8?**

La podríem continuar amb el nombre **16**: $2=2^1$; $4=2^2$; $8=2^3$ i $16=2^4$

Però també ho podríem fer amb el **14**. Sabries explicar per què?

O també podria ser vàlida la resposta **10**. Endevines com?

Avui deixarem de banda aquesta consideració i intentarem continuar de la forma més lògica possible (i això és una mica subjectiu) unes quantes sèries.

A la pel·lícula intentaran trobar el quart element de la primera sèrie que apareix més avall però com que el repte és molt difícil te'n proposam unes quantes no tan complicades...

LES 3 SÈRIES DE LA PEL·LÍCULA, SABRÀS CONTINUAR-LES?

La que ens ha d'ajudar a descobrir l'assassí:



Una altra que surt a la pel·lícula:



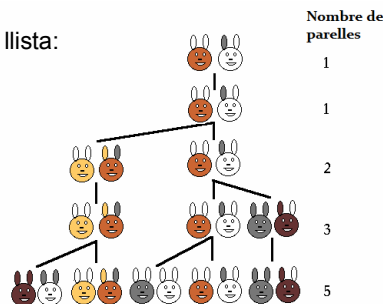
La successió de Fibonacci*:



*La història d'aquesta successió comença de la mà del famós matemàtic italià que va introduir a Europa el sistema numèric actual: Leonardo de Pisa (1170-1250), més conegut com **Fibonacci** (el fill de Bonacci). En el capítol XII del seu llibre *Liber Abacci* va proposar el problema següent: "Si en un pati tancat tenim una parella de conills acabats de néixer i aquests originen una nova parella cada mes a partir del segon mes de vida, quantes parelles tindrem al cap de 2 mesos? I al cap de 3? I al cap de 4, 5, 6...?"

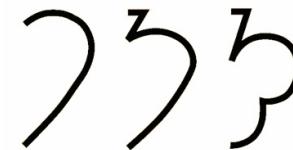
Per trobar-ne la resposta et proposam que completis la següent llista:

- 1r mes: **1** parella
- 2n mes: **1** parella
- 3r mes: **2** parelles
- 4t mes: **3** parelles
- 5è mes:
- 6è mes:
- 7è mes:
- 8è mes:



Per acabar cal dir que aquesta successió numèrica és molt important perquè apareix de forma recurrent a la natura.

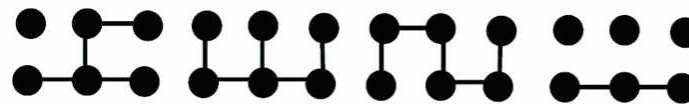
UNES QUANTES SÈRIES MÉS PER SEGUIR PENSANT...



Pista per la tercera:

Descompon en dos factors els elements de la sèrie.

A B C D???



A B C D E???

2 **12** **30** **56**
A B C D E???

LES PARADOXES...

A la pel·lícula es parla de les paradoxes però què és una paradoxa?

Segons el diccionari, la paraula *paradoxa* té més d'una accepció. La que a nosaltres ens serveix és la que fa referència a la filosofia, la lògica i la matemàtica: "Enunciat o raonament que porta a dues conclusions mútuament contradictòries però de cap de les quals hom no pot prescindir". En resum, podríem dir que una paradoxa és una proposició o frase vertadera però que porta a una contradicció lògica o a una situació que va contra el sentit comú. Per exemple, la frase "Aquesta frase és falsa" és una paradoxa, perquè si aquesta frase fos certa hauria de ser falsa, però si la frase fos falsa hauria de ser certa. Un altre exemple donat per Bertrand Russell ens parla de l'únic barber d'un poble que només afaïta tots aquells ciutadans que no s'afaiten a si mateixos. Es podrà afaïtar a si mateix aquest barber? Què opines?

A continuació et proposam una paradoxa matemàtica. Trobaràs on falla l'argument?

Demostració que $2 = 1$.

Per demostrar-ho, agafarem dos nombres iguals $x = y$ i anirem aplicant operacions matemàtiques que ens portaran al resultat $2 = 1$.

$$x = y$$

$$x^2 = xy \text{ (multiplicant per } x \text{ cada membre)}$$

$$x^2 - y^2 = xy - y^2 \text{ (restant } y^2 \text{ a cada membre)}$$

$$(x + y)(x - y) = y(x - y) \text{ (aplicant una identitat notable a l'esquerra i factor comú a la dreta)}$$

$$x + y = y \text{ (simplifiquem per } (x - y) \text{ cada membre)}$$

$$2y = y \text{ (com que } x = y; x + y = 2y)}$$

$$2 = 1 \text{ !!!!!!!!!!!!! (simplifiquem per } y \text{ cada membre)}$$